

# FICHE ANNEXE : RESOLUTION D'UN EXERCICE DE MECA

## I - Exercice de méca « classique »

### A - Exploitation des lois de mécanique :

<b>Lois différentielles</b> <i>Si on s'intéresse à ce qu'il se passe à chaque instant</i>	<b>Lois intégrales</b> <i>Si on s'intéresse aux états finaux et initiaux</i>
PFD : $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ (si cercle)	TEC : $\Delta E_C = \sum W(\vec{F})$
TPC : $dE_C/dt = \sum \mathcal{P}$	TEM : $\Delta E_{meca} = \sum W(\overrightarrow{F_{non\ cons}})$
TPM : $dE_{meca}/dt = \sum \mathcal{P}_{non\ cons}$	(Cellule diagonalement hachurée)
TMC : $d\vec{L}_O(M)/dt = \sum \overrightarrow{\mathcal{M}}_O(\vec{F})$	(Cellule diagonalement hachurée)
TMCS : $d\vec{L}_\Delta(M)/dt = \sum \overrightarrow{\mathcal{M}}_\Delta(\vec{F})$	(Cellule diagonalement hachurée)

theoreme : si système conservatif

### B - Exercice type « Chapi / Chapo »

Décortiquer le système avec les **différents composants** et déterminer les **forces** appliquées à chaque composant, utiliser les lois pour établir **l'équation**, et les mettre en **relation**.

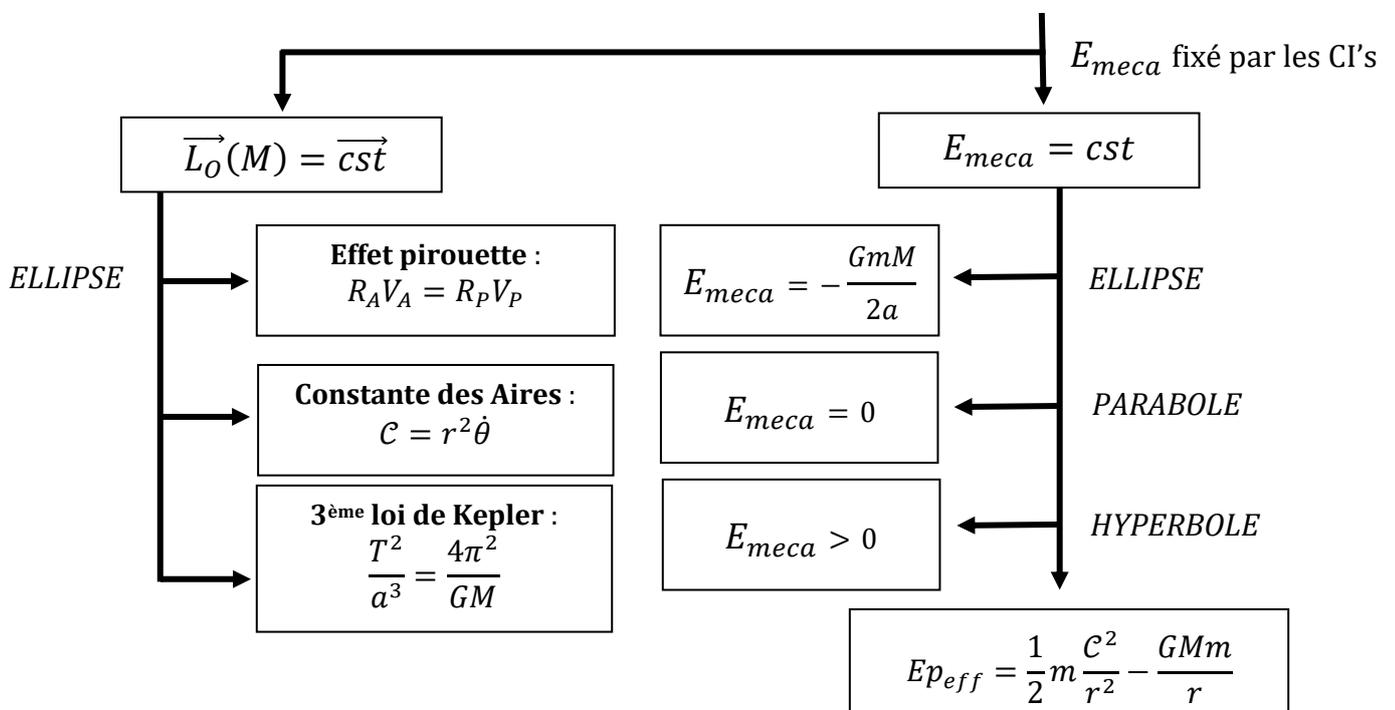
## II - Exercice d'astrodynamique

- CERCLE -

- PAS DE CERCLE -

**Invoquer le PFD**

**CONSERVATION** du moment cinétique et de l'énergie mécanique



# FICHEN°1 : REGIME DC

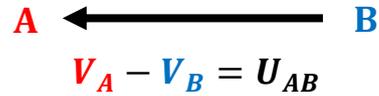
## I – Intensité et potentiel électrique

$i = \frac{dq}{dt}$  Nombre de charges qui traversent une section de fil pendant  $dt$

Convention : sens réel du courant : charges +

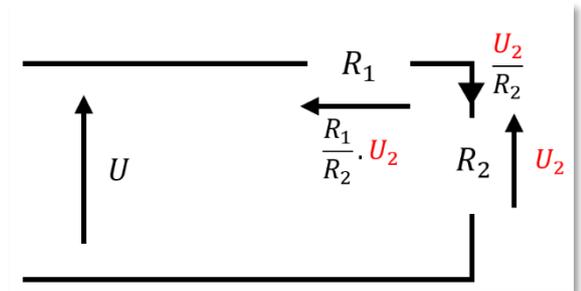
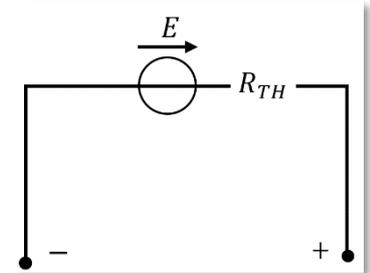
Les Lois de Kirchhoff :

- Loi des nœuds :  $\sum I_{in} = \sum I_{out}$
- Loi des mailles :  $\sum U_{maille} = 0$



## II – Les dipôles et circuits

- Caractéristique d'une résistance :  $f(U) = I$
- Le générateur linéaire : tout générateur linéaire est modélisé par un générateur de Thévenin en série avec une résistance
- Associativité des résistances :
  - o Série :  $R_{eq} = R_1 + R_2$
  - o Parallèle :  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
- Circuits diviseurs :
  - o Diviseur de tension :  $U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U^1$
  - o Diviseur d'intensité :  $I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I$  (cf. cours)
- Pont de Wheatstone : 2 div de tens puis LDM



### Algorithme de résolution :

1. Diviseur de tension ?
2. Jeanpierre / Pierrejean
3.  $I_1 / I_2$  puis Cramer

## III – Puissance et énergie électrique

$$P_{reçue} = -P_{générée}^2$$

- Bilan de puissance / énergie (on ferme K) :

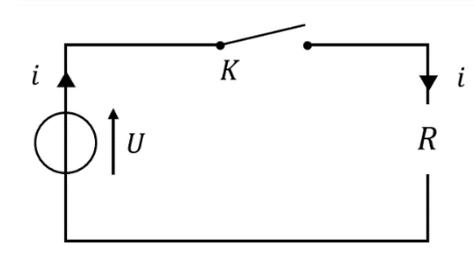
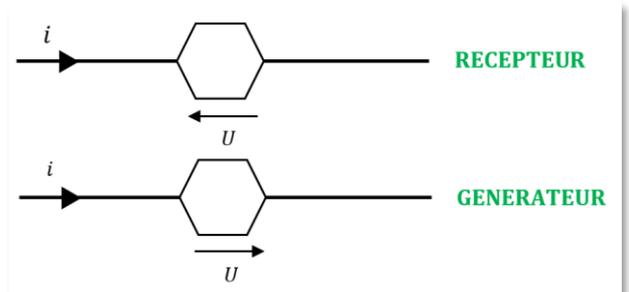
$$P_{générée \text{ par } E} = U \cdot I = e \cdot E / R = E^2 / R$$

$$P_{reçue \text{ par } R} = U \cdot I = E^2 / R$$

$$P_{générée \text{ par } E} = P_{reçue \text{ par } R}$$

$$\int_0^t P_{générée \text{ par } E} d\tilde{t} = \int_0^t P_{reçue \text{ par } R} d\tilde{t}$$

$$\Delta E_{générée} = \Delta E_{reçue}$$



<sup>1</sup>  $\triangle$  S'assurer que même courant dans  $R_1$  et  $R_2$

<sup>2</sup> P en watt, attention aux signes

## IV – Modèles linéaires avec R entrée/sortie

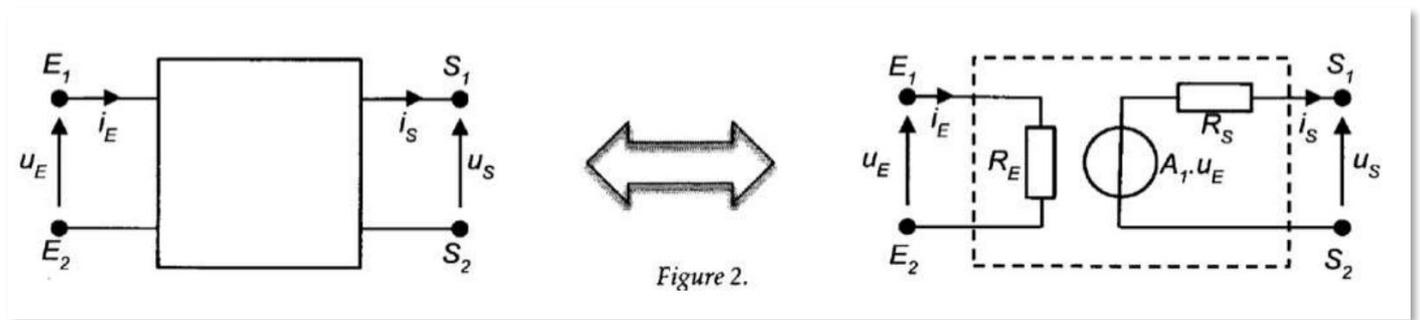


Figure 2 : modèle de l'amplificateur

## V – Les ALI (amplificateurs linéaires intégrés)

### Algorithme de résolution :

1. Colorier la masse et propager jusqu'aux dipôles
2. Hachurer les branches mortes (+ et -)
3. Faire  $V+ = V-$

**ANNEXE : Exercices modèles :** Série 1/III.5 - Série 1/III.4 - Exos de Jeapierrisation

## FICHE N°2 : REACTION CHIMIQUE ET EQUILIBRE

### I – Equations bilan

Injection dans le réacteur de  $n_1$  moles de A et  $n_2$  de B :

- $n_1 = n_2$  : mélange équimolaire
- $n_1 = k \cdot n_2$  : mélange stœchiométrique<sup>1</sup>
- $n_2 \gg n_1$  ou  $n_2 \ll n_1$

### II – Tableau d'avancement

	$N_2$	$3H_2$	$2NH_3$
0	$n_0$	$n_0$	$n_0$
EF	$n_0 - x$	$n_0 - 3x$	$n_0 + 2x$

Définitions :

→ Le rendement :  $\rho = \frac{n_{NH_3 \text{ obtenu}}}{n_{NH_3 \text{ souhaité}}}$

→ Le taux de dissociation :  $\alpha = \frac{n_{H_2 \text{ qui a réagit}}}{n_{H_2 \text{ souhaité}}}$

### III – Quotient de réaction et loi de Guldberg-Waage

Equation bilan :  $\alpha A + \beta B = \gamma C + \delta D$

→ Quotient de réaction :  $Q = \frac{(C)^\gamma \cdot (D)^\delta}{(A)^\alpha \cdot (B)^\beta}$ <sup>4</sup>

→ Loi de Dalton :  $p = \% \cdot P_{Tot}$

→ Loi de Guldberg-Waage ( $K^\circ = Q_{eq}$ ):

- Si  $Q < K^\circ$  : sens direct
- Si  $Q > K^\circ$  : sens indirect
- Si  $K^\circ \gg 1$  : réaction totale

X	(X)
Solide	1
Solvant	1
Soluté	$\frac{[solute]}{C^\circ}$
Gaz	$\frac{p}{p^\circ}$

**ANNEXE : Exercices modèles : Série A/8 - Série A/4 - Série A/6**

<sup>1</sup>  $\Delta$  avec k judicieusement choisi

<sup>2</sup>  $C^\circ = 1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ : concentration standard

<sup>3</sup>  $p$  : pression partielle du gaz

<sup>4</sup> Avec (X) activité de l'espèce X

## FICHE N°3 : EQUATIONS DIFFERENTIELLES

---

### I – Recette :

1. Recherche de la solution homogène :

$$y_{SH} \text{ telle que } \frac{dy_{SH}}{dt} + 2y_{SH} = 0$$

$$y_{SH} = A \cdot e^{-2t}$$

2. Recherche de la solution particulière :

$y_{SP} = \text{constante}$  car second membre est une constante

$$\frac{dy_{SP}}{dt} + 2y_{SP} = 3 \quad \text{on TUE la dérivée}$$

$$y_{SP} = 3/2$$

3. Superposition des solutions :

$$y(t) = y_{SH} + y_{SP} = A \cdot e^{-2t} + 3/2$$

4. Invocation des CI's :

$$y(t=0) = 2$$

$$A \cdot e^0 + 3/2 = 2$$

$$A = 1/2$$

5. Conclusion :

$$y(t) = 1/2 \cdot e^{-2t} + 3/2$$

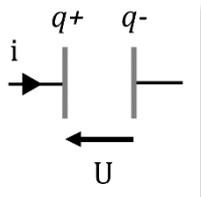
## FICHE N°4 : REGIME TRANSITOIRE

### I – ARQS : approximation des régimes quasi stationnaires

$i(t)$  sera le même dans toute la même branche

### II – Régimes transitoires

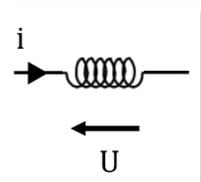
### III – Bobines et condensateurs



- Condensateur :

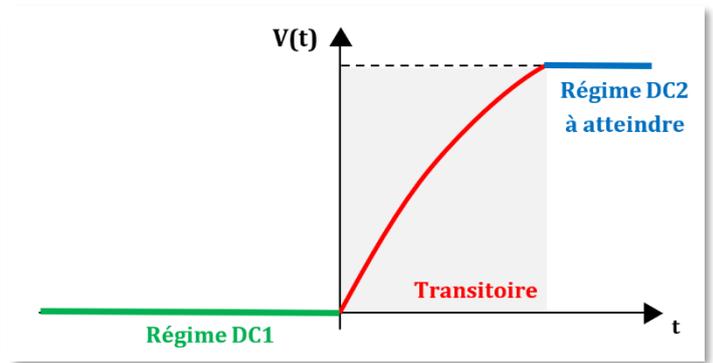
$$q = CU^1$$

Or  $i = \dot{q} = C\dot{U}$



- Bobine :

$$U = L\dot{i}^2$$



|| Pour un condo, il faut **le U pour avoir le i** et pas l'inverse !

|| Pour une bobine, il faut **le i pour avoir le U** et pas l'inverse !

### IV – Tableau des modèles en DC :

	Définition	En DC	En commutation
CONDO	$i = C\dot{U}$		
BOBINE	$U = L\dot{i}$		

Remarque : « interrupteur ouvert depuis longtemps » → DC1

<sup>1</sup> Q en Coulomb (C), C en Farad (F) et U en volt (V)

<sup>2</sup> L en Henry (inductance de symbole H)

**V – Bilan d'énergie**

Résistance	Condensateur	Bobine
$P_{joule} = R \cdot i^2$	$U \cdot i$	$U \cdot i$
$\Delta E = \int_{t_0}^{t_1} R \cdot i^2 dt$	$E_{condo} = \frac{1}{2} C \cdot U^2$	$E_{bob} = \frac{1}{2} L \cdot i^2$

- Bilan d'énergie :

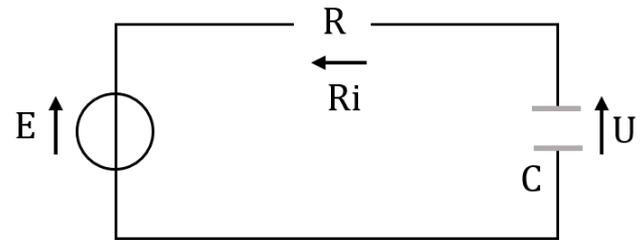
Loi des mailles :  $(0 = E - Ri - U_{condo}) \cdot i$

$$0 = Ei - Ri^2 - Ui = P_{gen} - P_{joule} - P_{condo}$$

$$\boxed{P_{gen} = P_{joule} + P_{condo}}$$

$$\int_0^\infty P_{gen} dt = \int_0^\infty P_{joule} dt + \int_0^\infty P_{condo} dt$$

$$\Delta E_{gen} = \Delta E_{joule} + \Delta E_{condo}$$

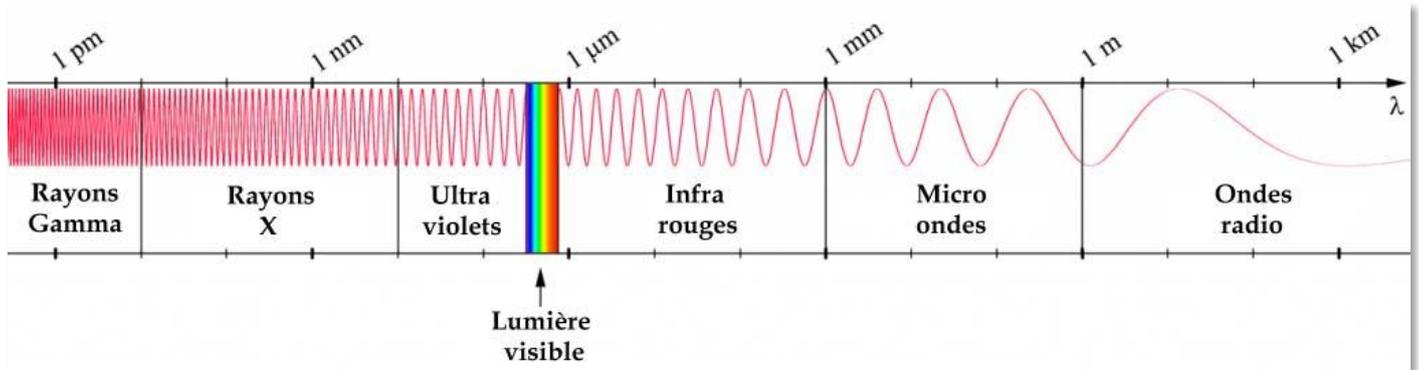


**ANNEXE : Exercices modèles :** Série 2/II - Série 2/III - ELEC 3/4

# FICHE N°5 : LUMIERE ET BASES DE L'OG

## I – La lumière

- Spectre électromagnétique :



- Indice optique :  $n = \frac{c_{vide}}{c_{milieu}}$

$$c_{rouge} > c_{bleu} \quad n_{rouge} < n_{bleu}$$

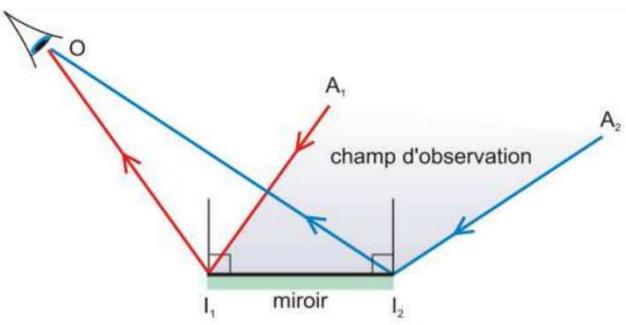
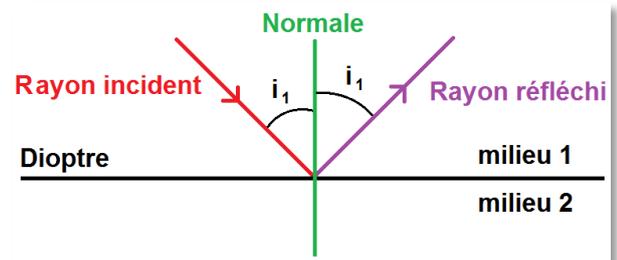
- Quelques indices optiques :

- o  $n_{vide} = 1 / n_{air} = 1.001 / n_{eau} = 1.33 / n_{verre} = 1.52 / n_{diamant} = 2$

## II – Lois de Snell-Descartes

### A – Les lois de la réflexion

- Le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence
- Le rayon réfléchi et le rayon réfracté sont symétriques par rapport à la normale du dioptre



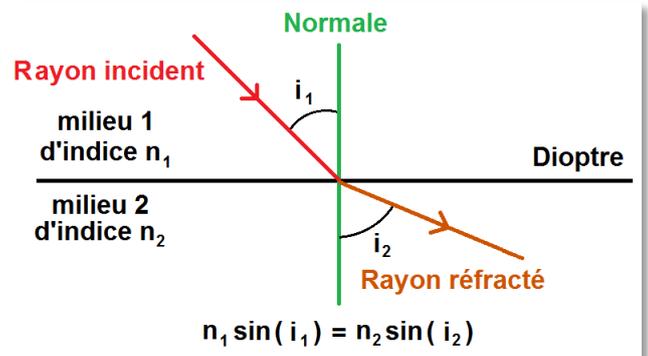
Application : le champ d'un miroir plan :

→ Tous les rayons issus de O semblent parvenir d'un unique point O', symétrique par rapport au miroir :

$$O \xrightarrow{\text{miroir plan}} O'$$

### B – Les lois de la réfraction

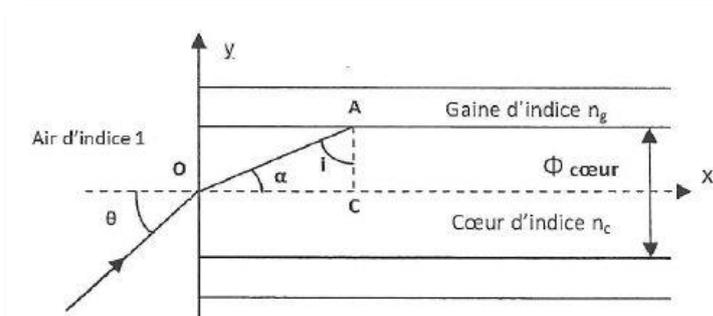
- Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence
- Snell-Descartes :  $n_1 \cdot \sin(i_1) = n_2 \cdot \sin(i_2)$
- Quand milieu plus réfringent → rayon se rapproche de la normale
- Quand milieu plus réfringent → rayon s'écarte de la normale



### III – Phénomène de réflexion totale

Raisonnements à connaître par cœur : FIBRE OPTIQUE A SAUT D'INDICE (cf. cours)

1. Trouver l'intervalle des angles  $\theta$  tels qu'il y ait réflexion totale en A
2. Déterminer le débit max d'une fibre

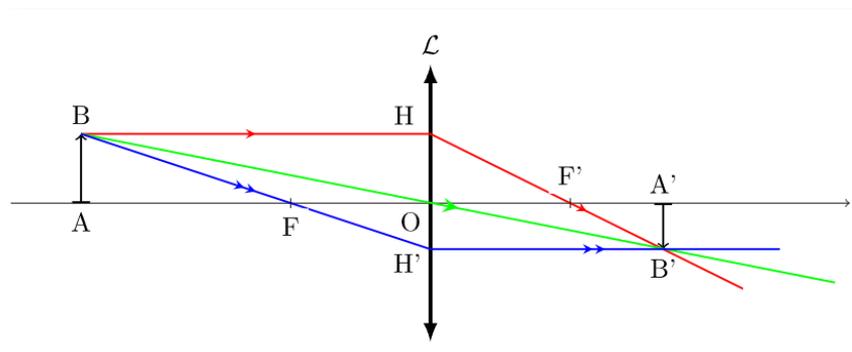
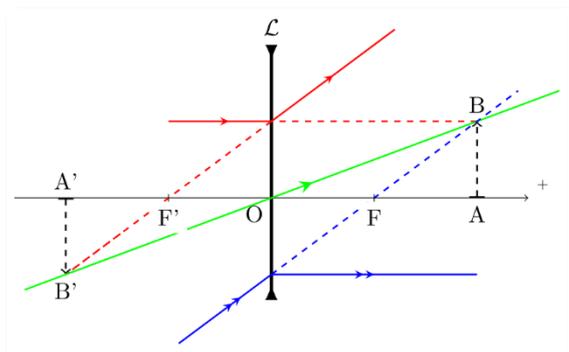


**ANNEXE : Exercices modèles :** Série 3/III.2 - Série 3/III.3 - Série 3/III.4

## FICHE N°6 : LENTILLES MINCES ET SPHERIQUES

### I – Points particuliers et conditions de Gauss

- Conditions de Gauss : rayons peu inclinés, proches de l'axe optique
  - o **STIGMATISME** :  $A \Rightarrow A'$  (l'image d'un point est un point)
  - o **APLANÉTISME** : l'image d'un plan orthogonal à l'axe optique est un plan orthogonal à l'axe optique
- Lentilles convergentes et divergentes :



- Synopsis :  $F \Rightarrow A_\infty$                        $A_\infty \Rightarrow F'$                        $0 \Rightarrow 0$
- Vergence :  $V = 1/f^1$

### II – Relations de conjugaison

- **NEWTON**: « fafprapr=fofpro »:  $\boxed{FA \cdot F'A' = FO \cdot F'O = -f'^2}$  + THALES
- **DESCARTES**:  $\boxed{\frac{-1}{OA} + \frac{1}{OA'} = \frac{1}{f'}}$

### III – Applications : 1 seule lentille

1. *Le vidéo projecteur* : savoir trouver  $D_{min}$  (utiliser Descartes + poser  $x = \overline{OA}$ ) → cf. COURS
2. *Le modèle de l'œil* :
  - Modèle **diaphragme / lentille / écran**
  - Phénomène **d'accommodation** (déformation du cristallin)
  - **Punctum Proximum** (le point le plus proche : quelques cm) // **Punctum remotum** (le point le plus loin : l'infini)
  - **Myopie** (œil trop court) // **hypermétropie** (œil trop long)
  - Limite de résolution : 1 minute d'arc, soit  $3 \cdot 10^{-4} rad$
3. *L'appareil photo numérique* : comme l'œil + **PROFONDEUR DE CHAMP** → cf. COURS

<sup>1</sup> V en dioptrie

**IV – Systèmes à deux lentilles : FAIRE UN SYNOPSIS**

Systeme AFOCAL	Systeme FOCAL
$A_\infty \Rightarrow F'_1 = F_2 \Rightarrow A'_\infty$	$A_\infty \Rightarrow F_2 \Rightarrow A'_\infty$

**ANNEXE : Exercices modèles : Série 3/IV.2 - Série 3/IV.3 - Tracé de rayons**

## FICHE N°7 : CINÉTIQUE CHIMIQUE

### I – Définir les vitesses en chimie

→ Vitesse volumique de réaction :  $V_{VR} = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\nu_i} \cdot \frac{d[A_i]}{dt}$

→ Vitesse de formation d'une espèce :  $V_{VF} = \frac{d[A_i]}{dt}$

→ Vitesse de disparition d'une espèce :  $V_{VD} = -\frac{d[A_i]}{dt}$

→  $V_{VR} = \frac{1}{\nu_i} \cdot \frac{d[A_i]}{dt} = \frac{1}{\nu_i} \cdot V_{VF} = -\frac{1}{\nu_i} \cdot V_{VD}$

### II – Les ordres chimiques

On dit qu'une réaction chimique admet un ordre si  $V_{VR}$  s'écrit sous la forme :

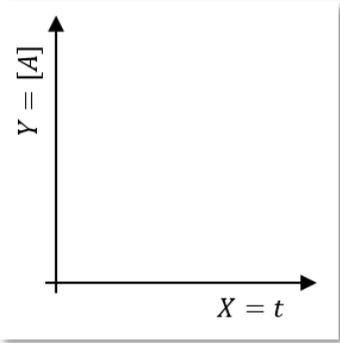
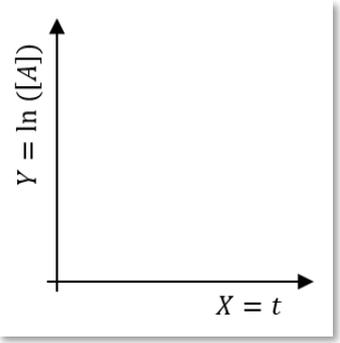
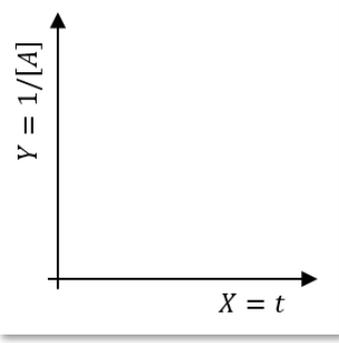
$$V_{VR} = k \cdot [\text{reactif 1}]^{\alpha_1} \cdot [\text{reactif 2}]^{\alpha_2}$$

Remarques :

- Les  $\alpha_1$  sont appelés ordres partiels
- L'ordre global :  $\alpha_1 + \alpha_2$  ( $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  se déterminent expérimentalement)
- k : la constante de vitesse (dépend de la temp.)

### III – Cinétique formelle

#### 1 – Les 3 premiers ordres

ORDRE 0	ORDRE 1	ORDRE 2
$\frac{1}{\nu_i} \cdot \frac{d[A_i]}{dt} = k \cdot [A]^0$	$\frac{1}{\nu_i} \cdot \frac{d[A_i]}{dt} = k \cdot [A]^1$	$\frac{1}{\nu_i} \cdot \frac{d[A_i]}{dt} = k \cdot [A]^2$
		
$\tau_{1/2} \propto [A]_0$	$\tau_{1/2} = \text{const}$	$\tau_{1/2} \propto 1/[A]_0$

#### 2 – Cas de 2 réactifs

- Mélange stœchiométrique ( $[A] = [B]$ ) OR.2
- La méthode de dégénérescence de l'Ordre (Ostwald) ( $k_{APP} = k \cdot [A_{gr\ concentration}]$ ) OR.1

### III – Cinétique expérimentale

#### 1 – Comment déterminer l'ordre à partir des données expérimentales ?

→ **Méthode intégrale** : Tableau de valeur avec  $t$  et  $[R]$

- Loi cinétique ( $V_{VR}$ )
- Résolution
- Anamorphose : X et Y

→ **Méthode différentielle** : Tableau de valeur avec  $[A]$  et  $V_{VR}$

- Loi cinétique ( $V_{VR} = k \cdot [A]^\alpha$ )
- Appliquer  $\ln$
- Anamorphose : X et Y

→ **Méthode des  $\tau_{1/2}$**  :

- Ordre 0 :  $\tau_{1/2} \propto [A]_0$
- Ordre 1 :  $\tau_{1/2} = \text{const}$
- Ordre 2 :  $\tau_{1/2} \propto 1/[A]_0$

#### 2 – Aspect expérimental

→ Technique conductimétrique :

$$\text{Loi de Kohlrausch: } \gamma = \sum_{ions i} \lambda_i \cdot [ion i] \cdot |charge i|$$

→ Technique spectrophotométrique :

$$\text{Loi de Beer-Lambert: } A = \sum_{especes colorees} \epsilon_i \cdot \lambda \cdot l \cdot [espece chimique]$$

→ Technique manométrique :

$$\text{Loi des gaz parfaits \& pression partielle: } PV = nRT \Leftrightarrow P = \frac{n}{V}RT \quad P \propto \text{concentration}$$

$$p = \%_{gaz} + P_{tot}$$

### IV = Loi d'Arrhenius

$$k = k_0 \cdot e^{\frac{-\epsilon_{act}}{RT}}$$

$\frac{-\epsilon_{act}}{RT}$  : facteur de Boltzmann

$\epsilon_{act}$  : énergie d'activation (J/mol)

R : Constante des gaz parfaits

#### ANNEXE : Exercices modèles : Série 4

## FICHE N°8 : OSCILLATEURS ELECTRONIQUES

### I – Grandeurs sinusoïdales

$$\omega = 2\pi f \quad \text{Représentations de Fresnel}$$

### II – Oscillateurs harmoniques

#### 1 – Equa diff de l'oscillateur

$$\ddot{y} + \omega_0^2 y = \text{second membre}$$

### III – Les oscillateurs amortis

#### 1 – Résolution d'une équation différentielle linéaire du second ordre à coeff. Constant

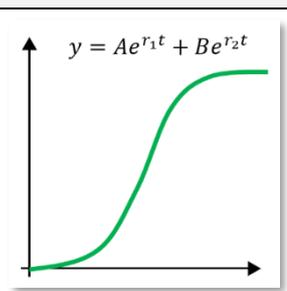
$$\ddot{y} + ay + by = \text{second membre}$$

- Equation caractéristique :  $r^2 + ar + b = 0 \quad \Delta = a^2 - 4b$ 
  - 1<sup>er</sup> cas : discriminant  $> 0$       2 racines réelles
    - $r_1 = \frac{-a + \sqrt{\Delta}}{2} < 0$
    - $r_2 = \frac{-a - \sqrt{\Delta}}{2} < 0$
    - ⇒  $y = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}$
  - 2<sup>ème</sup> cas : discriminant = 0      1 racine double
    - $r_0 = \frac{-a}{2}$
    - ⇒  $y = (A + Bt)e^{r_0 t}$
  - 3<sup>ème</sup> cas : discriminant  $< 0$       2 racines complexes conjuguées
    - $r_1 = \frac{-a + i\sqrt{|\Delta|}}{2}$
    - $r_2 = \frac{-a - i\sqrt{|\Delta|}}{2}$
    - ⇒  $y = e^{\text{Re}(r_1)t} \cdot [A \cdot \cos(\text{Im}(R_1)t) + B \cdot \sin(\text{Im}(R_1)t)]$

#### 2 – Equation canonique du second ordre

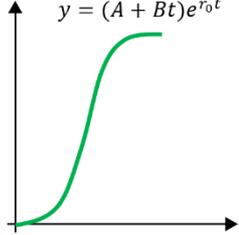
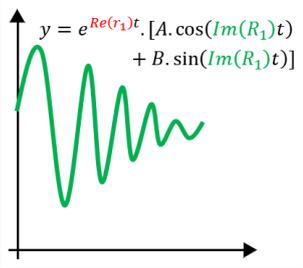
$$\ddot{y} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{y} + \omega_0^2 y = \text{second membre}$$

Q : facteur de qualité

$\ddot{y} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{y} + \omega_0^2 y = 0$		
$\Delta > 0$ $Q < 1/2$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Régime apériodique</li> <li>• Pas d'oscillations</li> <li>• Mort « subite »</li> <li>• Sigmoide</li> </ul>	

**Méthodo** : MODE LUCARNE

1. Transformer les sin en cos ( $\omega t - \pi/2$ )
2. Mode Lucarne
3. Dessin du repère + écriture des coordonnées vectorielles
4. Recherche de la norme + de l'angle
5. Ecriture finale

$\Delta = 0$ $Q = 1/2$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Régime critique</li> <li>• Pas d'oscillations</li> <li>• Sigmoïde</li> </ul>	
$\Delta < 0$ $Q > 1/2$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Régime pseudo périodique</li> <li>• Oscillations amorties</li> </ul>	

### Détermination de l'équation différentielle du second ordre :

- $y_{sp} = \frac{2nd\ membre}{\omega_0^2}$        $y_{sh} : r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0$
- Cas du  $\Delta < 0$  :       $\Delta = 4\omega_0^2 \left( \frac{1}{4Q^2} - 1 \right) < 0$
- $r_1 = \frac{-\omega_0}{2Q} + i \frac{\sqrt{|\Delta|}}{2} = \frac{-\omega_0}{2Q} + i \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$ 
  - $y(t) = e^{\frac{-\omega_0 t}{2Q}} [A \cos(\omega_\psi t) + B \sin(\omega_\psi t)]$

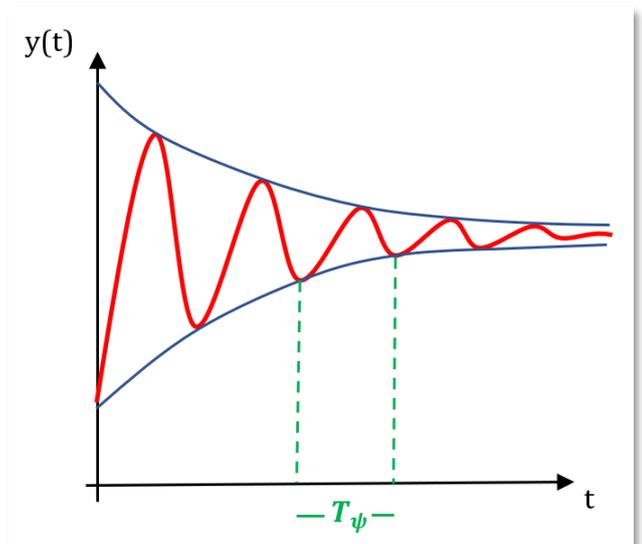
### Pulsation propre et pseudo pulsation :

- Pulsation propre :  $\omega_0$
- Pseudo pulsation :  $\omega_\psi = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$

### Tracés de courbes :

1. Placer les CI's :  $y(0)$  : pt de départ  
 $\dot{y}(0)$  : tangente initiale
2. Placer l'asymptote :  $y_{sp}$
3. Tracer l'enveloppe exponentielle autour de l'asymptote
4. Inscire les oscillations (avec Q oscillations)

$$T_\psi = \frac{2\pi}{\omega_\psi}$$



<sup>1</sup> C'est la pseudo pulsation



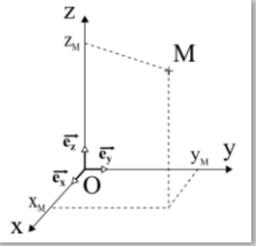
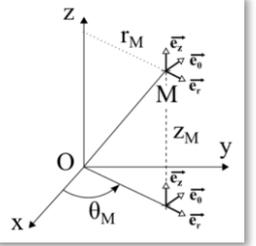
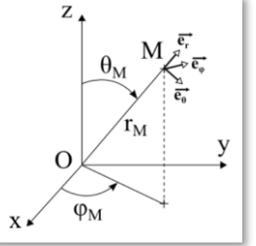
## VI – Liaisons covalentes et molécules

- Un solvant **polaire** peut dissoudre des ions et des molécules **polaires**
  - Ex : l'eau peut dissoudre de l'alcool
- Un solvant **apolaire** peut dissoudre des molécules **apolaires**

**ANNEXE : Exercices modèles : Série C**

# FICHE N°12 : CINEMATIQUE : DECRIRE LE MVT

## I – Systèmes de coordonnées

	Cartésiennes	Polaires	(Sphériques)
Repère			
Position	$\vec{OM} = x\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z$	$\vec{OM} = r\hat{e}_r + z\hat{e}_z$	$\vec{OM} = r\hat{e}_r$
Vitesse	$\vec{v} = \dot{x}\hat{e}_x + \dot{y}\hat{e}_y + \dot{z}\hat{e}_z$	$\vec{v} = \dot{r}\hat{e}_r + r\dot{\theta}\hat{e}_\theta + \dot{z}\hat{e}_z$	Pas besoin en sup
Accélération	$\vec{a} = \ddot{x}\hat{e}_x + \ddot{y}\hat{e}_y + \ddot{z}\hat{e}_z$	$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{e}_\theta + \ddot{z}\hat{e}_z$	
Autre		$\frac{d\hat{e}_r}{dt} = \dot{\theta}\hat{e}_\theta$ $\frac{d\hat{e}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\hat{e}_r$	

**ACHTUNG** : Accélération dans un mouvement circulaire **NON NULLE si MRU** :  $v = R \cdot \omega = R \cdot \dot{\theta}$

$$\vec{a} = \frac{-m \cdot v^2}{R} \hat{e}_r + \frac{dv}{dt} \hat{e}_\theta$$

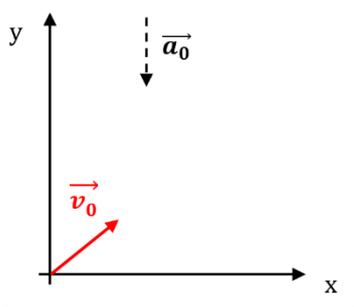
$\frac{-m \cdot v^2}{R} : a. \text{ tangentielle}$

$\frac{dv}{dt} : a. \text{ normale}$

## II – Le mouvement dépend du référentiel

→ Formule de composition des vitesses :

$\vec{v}(M)_{sol} = \vec{v}(M)_{tapis} + \vec{v}(tapis)_{sol}$



### III – Base de Frenet et parabole

Mouvement à accélération constante :  $\vec{a} = cst. = \vec{a}_0$

$$\begin{cases} \dot{x} \\ \dot{y} \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ -a_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -a_0 \end{cases}$$

D'où  $\begin{cases} \dot{x} = V_0 \cos(\alpha) \\ \dot{y} = -a_0 t + V_0 \sin(\alpha) \end{cases}$     donc  $\begin{cases} x = V_0 \cos(\alpha) t + 0 \\ y = -\frac{1}{2} a_0 t^2 + V_0 \sin(\alpha) t + 0 \end{cases}$

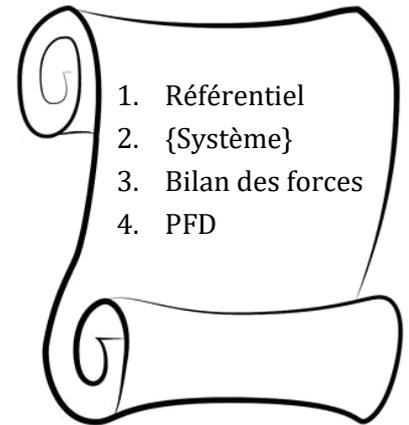
IN FINE : avec (1) :  $t = \frac{x}{V_0 \cos(\alpha)}$     et     $y = \frac{-1}{2} \cdot \frac{V_0}{V_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2 + x \cdot \tan(\alpha)$

**ANNEXE : Exercices modèles** : Série 6/6 - Applications du cours

## FICHE N°13 : DYNAMIQUE DU POINT EN REF GALILEEN

### I – Les lois de Newton

- Le principe d'inertie : Dans le référentiel **Galiléen**, quand  $\boxed{\sum \vec{F} = \vec{0}}$  ou quand **aucune force** ne s'applique sur le système, il est en **MRU**
- PFD : Dans un référentiel Galiléen,  $\boxed{m_{tot} \cdot \vec{a}(G) = \sum \vec{F}}$
- Principe d'action / réaction :  $\boxed{\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}}$



### II – Forces à connaître

- Poids** :  $\boxed{\vec{P} = m \cdot \vec{g}}$  (modèle de Terre localement plate)
- Poussée d'Archimède** : force de pression qui, à l'équilibre est égale à :

$$\boxed{-\rho_{fluide} \cdot V_{fluide} \cdot \vec{g}_{remplaçant}}$$

- Force de frottement fluide** : trainée
  - Modèle linéaire :  $-\lambda \vec{v}$
  - Modèle aérodynamique  $-\beta \cdot v \cdot \vec{v}$
- Tension d'un fil** : le fil la transmet (poulie parfaite & fil inextensible)
- Contact avec un support** :
  - $\vec{R}_T$  et  $\vec{R}_N$
  - Quand il y a perte de contact,  $\|\vec{R}_N\| = 0$
  - $\vec{R}_T$  = frottements secs

- Force du ressort** : Loi de Hooke

$$\boxed{\vec{F}_{R \rightarrow M} = -k \cdot (l - l_0) \cdot \vec{e}_{R \rightarrow M}} \quad \text{avec } l \pm \overline{AM}$$

- Cas de l'avion** :

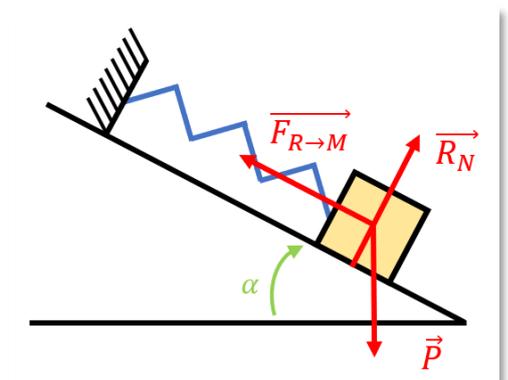


Figure 1: Ressort sur plan incliné

- $\|\vec{\Pi}\| = \frac{1}{2} \rho_{air} S C_p v^2$  **Portance** : orthogonale au vecteur vitesse
- $\|\vec{T}\| = \frac{1}{2} \rho_{air} S C_t v^2$  **Trainée** : opposée à la vitesse

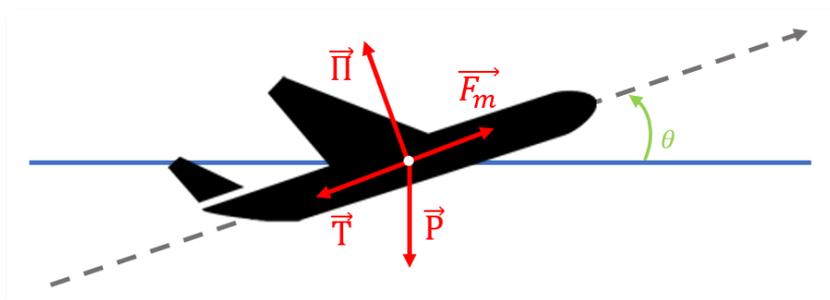


Figure 2 : Force appliquées à un avion

### III – Méthodes et cas exemples

- **Lancé de nain** (équation horaire, détermination de la flèche et de la portée, angle pour avoir une portée max)
- **Parabole de sécurité** (penser à  $\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$  et poser  $X = \tan \alpha$ )
- Détermination de la **vitesse limite d'un parachutiste** : dérivées nulles

- **Boucler un looping** :  $\|\vec{R}_N\| > 0$  (globalement, quand perte de frottement,  $\|\vec{R}_N\| = 0$ )
- **Phénomène d'arc boutement** : utilisation des lois de Coulomb
- **Exercices type chapi-chapo** : Tension égale ( $T_{pi} = T_{po}$ ) et accélérations opposées ( $\ddot{z}_{pi} = -\ddot{z}_{po}$ )

*Méthode de résolution d'une équation diff :*

---

- Premier ordre :
  - Résoudre normalement ( $y(t) = Ae^{-t/\tau} + y_{SP}$ ) où  $y_{SP} = \frac{\text{second membre}}{\omega_0^2}$
- Second ordre :
  - Dans le cas des ressorts, si second membre non nul, poser  $X = x - x_{eq}$  pour l'annuler
  - Oscillateur harmonique :  $\ddot{y} + \omega_0^2 y = 0$ , la solution est de la forme
 
$$y(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$$
  - Equa diff du second ordre mytho : poser  $v = \dot{x}$  et résoudre l'équa diff en  $v$
  - Passer en transmutation complexe, si le second membre reste non linéaire
  - Si un coefficient reste non linéaire ( $\sin \theta$ ) :
    - Conditions de gauss  $\rightarrow \sin \theta \approx \theta$
    - Méthode numérique (Euler)

*Cas particulier : le pendule conique*

---

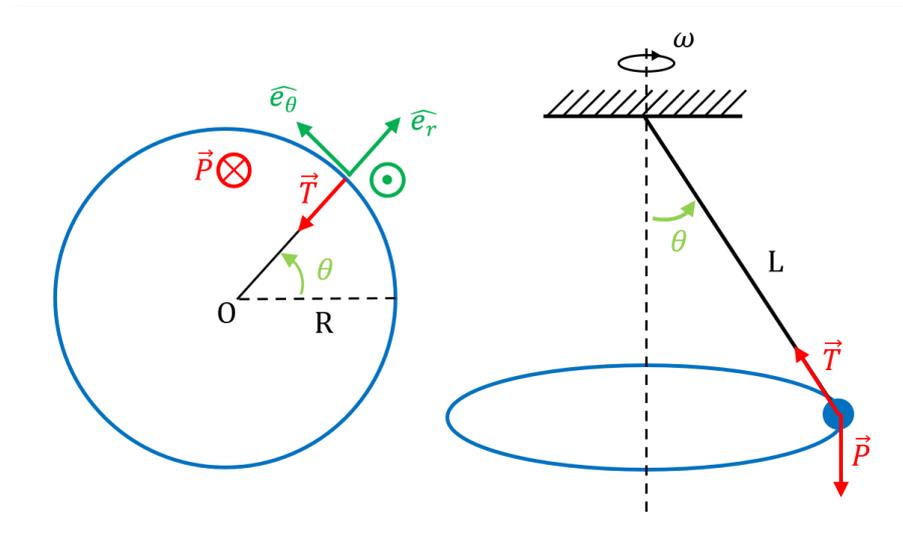


Figure 3 : Cas du pendule conique

**ANNEXE : Exercices modèles : Série 7/6-7-8**

## FICHE N°14 : TRAVAIL, PUISSANCE, ENERGIE

### I – Formules et concepts

Globalement :  $P(\vec{F}) = \frac{W(\vec{F})}{t}$  //  $W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d$  //  $P(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{v}$

**PUISSANCE** :  $P(\vec{F}) = \boxed{\vec{F} \cdot \vec{v}}$      **TRAVAIL** :  $W_{A \rightarrow B}(F) = \int P dt = \int \vec{F} \cdot (\vec{v} dt) = \boxed{\int \vec{F} \cdot d\vec{l}}$   
 $\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d\vec{l} = -dEp$

⇒ Valeurs des dl en fonction du système de coordonnées :

	Cartésiennes	Cylindriques	(Sphériques)
Valeur des dl	$\begin{vmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} dr \\ r \cdot d\theta \\ dz \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} dr \\ r \cdot d\theta \\ r \cdot \sin(\theta) \cdot d\varphi \end{vmatrix}$

⇒ Calculer Ep connaissant la force :

	Expression de l'énergie
Pesanteur	$Ep_{pes} = m \cdot g \cdot z$
Ressort	$Ep_{elas} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (l - l_0)^2$
Cas général	$\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d\vec{l} = -dEp$

⇒ Calculer la force connaissant Ep :  $\boxed{\vec{F} = -\overrightarrow{grad}(Ep)}$

### II – Théorèmes

Lois différentielles <i>Si on s'intéresse à ce qu'il se passe à chaque instant</i>	Lois intégrales <i>Si on s'intéresse aux états finaux et initiaux</i>
PFD : $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$	TEC : $\Delta E_C = \sum W(\vec{F})$
TPC : $dE_C/dt = \sum \mathcal{P}$	TEM : $\boxed{\Delta E_{méca} = \sum W(\overrightarrow{F_{non\ cons}})}$
TPM : $\boxed{dE_{méca}/dt = \sum \mathcal{P}_{non\ cons}}$	

**theoreme** : à privilégier quand **pas de frottements**.

### II – Système conservatifs unidimensionnels

Force conservative : force dont le travail ne dépend pas du chemin suivi.

→ Force dont le travail est nul (comme  $\overrightarrow{R_N}$ )

→ Force dérivante de l'énergie potentielle

Système conservatif : système qui n'est soumis qu'à des forces conservatives

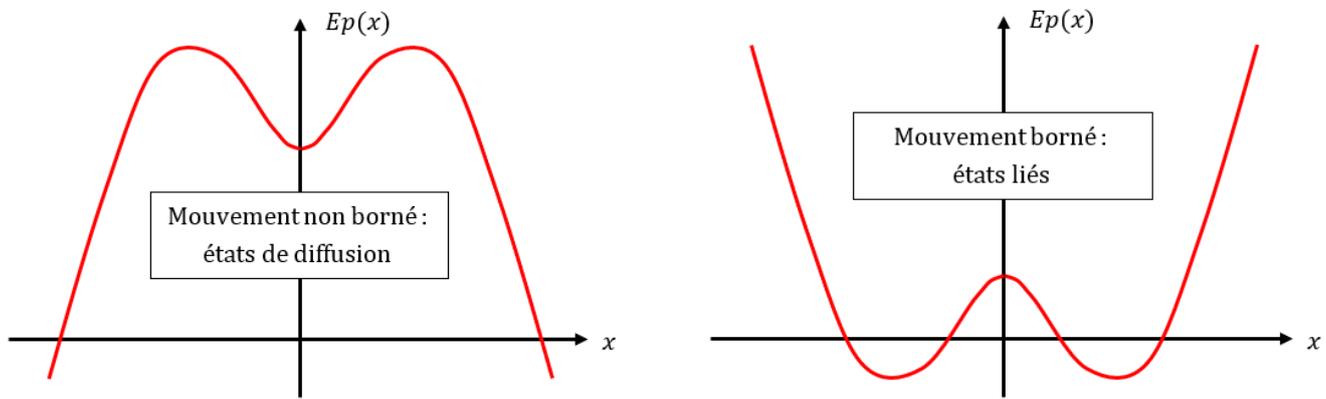


Figure 1 : Visualisation graphique

### Position d'équilibre et étude de la stabilité :

1. Calculer l'énergie potentielle totale du système ( $E_{p_{tot}} = E_{p_{pes}} + E_{p_{elas}} + E_{p_{Rn}} + \dots$ )
2. Dériver une fois l'énergie potentielle pour trouver les positions d'équilibre
3. Dériver une deuxième fois et déterminer le signe aux positions d'équilibre :

$$\begin{cases} Ep''(x_{eq}) > 0 \rightarrow \text{stable} \\ Ep''(x_{eq}) < 0 \rightarrow \text{instable} \end{cases}$$

### Petites oscillations au fond d'un puits de potentiel :

1. A la position d'équilibre stable, on approxime l'énergie potentielle par sa parabole osculatrice :

$$Ep(x) \approx (en a) Ep(a) + Ep'(a)(x - a) + \frac{Ep''(a)}{2}(x - a)^2$$

2. Calcul de la fréquence des petites oscillations :

$$\boxed{\frac{dE_{méca}}{dt} = \sum \mathcal{P}_{non\ cons}}^1 \text{ avec } E_{méca} = E_c + E_{p\ approx} \text{ dériver une fois, in TPM}$$

3. En posant  $X = x - x_{eq}$ , on obtient une équation différentielle d'un oscillateur harmonique, puis on détermine la pulsation propre.

### ANNEXE : Exercices modèles : TD 03/02 – Série 8

## FICHE N°15 : ACIDES ET BASES

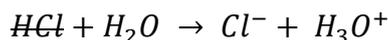
### I – Définitions

**ACIDE** : espèce chimique (molécule ou ion) capable de **céder** un ou plusieurs protons  $H^+$  ou capable de forcer le solvant (l'eau) à libérer un proton.

**BASE** : espèce capable de **capter** un ou plusieurs protons

→ Acide fort ou faible ?

- *FORT*, réaction totale dans l'eau (ACHTUNG : on ne note pas  $HCl$  ni  $NaOH$  mais bien  $H^+$ ,  $Cl^-$  ou  $Na^+$ ,  $OH^-$ )



- Autrement, *FAIBLE*

→ Espèces à connaître :

- Acide sulfurique (2x fort ou 1x fort//1x faible) :  $SO_4^{2-}$ ,  $2H^+$  et  $HSO_4^-$ ,  $H^+$
- Acide nitrique (fort) :  $H^+$ ,  $NO_3^-$
- Acide chlorhydrique (fort) :  $H^+$ ,  $Cl^-$
- Acide phosphorique (triacide faible) :  $H_3PO_4$
- Acide acétique ou éthanoïque (monoacide faible) :  $CH_3COOH$
- Soude (base fort) :  $Na^+$ ,  $OH^-$
- Hydrogénocarbonate (ampholyte) :  $HCO_3^-$

### II – Ka, pKa, pH et relation de Henderson

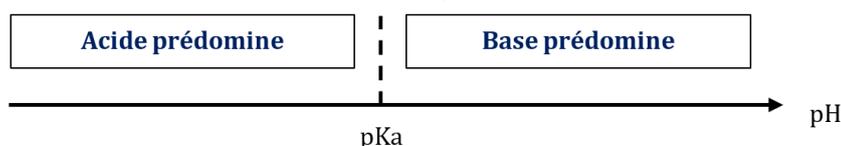
$$Ka = \frac{[A^-] \cdot [H_3O^+]}{[AH]}$$

$$pKa = -\log(Ka)$$

$$pH = \log([H_3O^+])$$

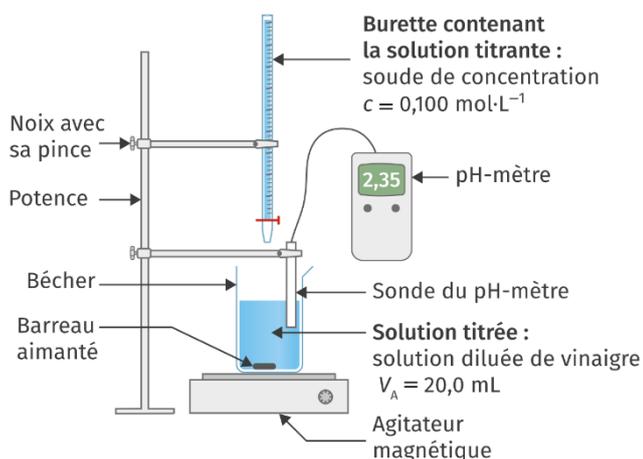
Henderson: 
$$pH = pKa + \log\left(\frac{[A^-]}{[AH]}\right)$$

MEME COUPLE BASICO-ACIDE



### III – Diagramme de prédominance

### IV – Les dosages acido-basiques



Dosage par titrage : on fait réagir l'espèce chimique avec une espèce de concentration connue (appelée solution titrante)

Cette réaction doit être unique, rapide et totale.

A l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stoechiométriques de la réaction du dosage. Cette réaction étant totale, toute l'espèce à doser a été consommée par la réaction de dosage à l'équivalence.

**ANNEXE : Exercices modèles : Série D + « dosages acido-basiques »**

# FICHE N°16 : MOMENT CINÉTIQUE D'UN POINT MATÉRIEL

## I – Moment cinétique et moment d'une force

$\vec{L}_O(M) = \vec{OM} \wedge m\vec{v}(M)$  « L'homme de ma vie »

$\vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{F}$  Moment vectoriel d'une force calculé en O

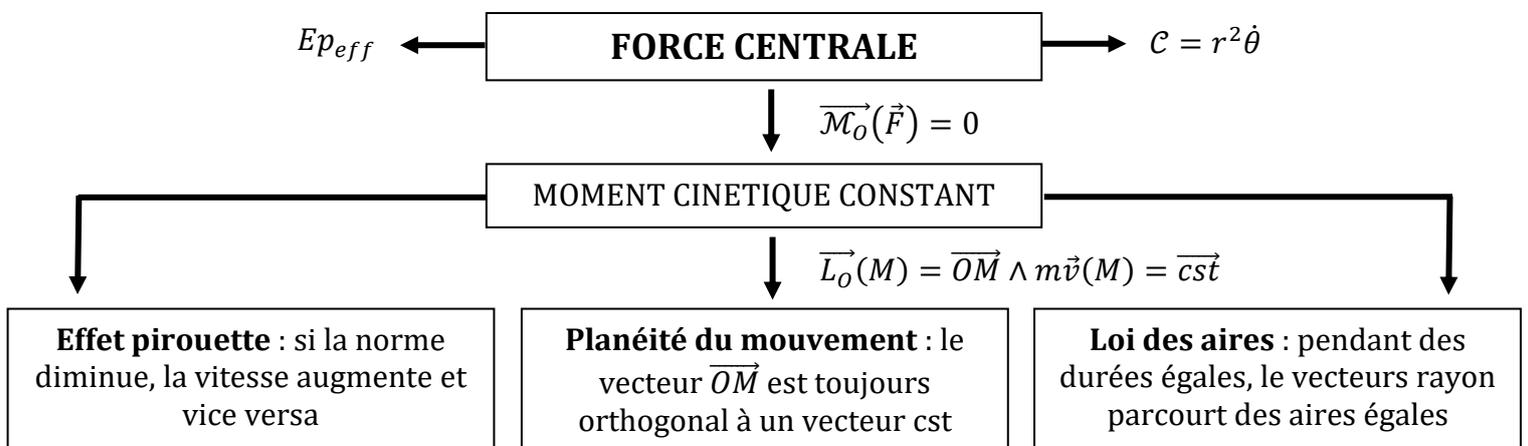
Pour un point M		
Moment cinétique	$\vec{L}_O(M) = \vec{OM} \wedge m\vec{v}(M)$	$\vec{L}_\Delta(M) = \vec{L}_O(M) * e_\Delta$
Moment d'une force	$\vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{F} = force * BdL * e_{pouce}$	$\vec{\mathcal{M}}_\Delta(\vec{F}) = \pm force * BdL$

## II – Théorème du moment cinétique

Lois différentielles <i>Si on s'intéresse à ce qu'il se passe à chaque instant</i>	Lois intégrales <i>Si on s'intéresse aux états finaux et initiaux</i>
PFD : $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$	TEC : $\Delta E_C = \sum W(\vec{F})$
TPC : $dE_C/dt = \sum \mathcal{P}$	TEM : $\Delta E_{méca} = \sum W(\vec{F}_{non\ cons})$
TPM : $dE_{méca}/dt = \sum \mathcal{P}_{non\ cons}$	/
<b>TMC :</b> $d\vec{L}_O(M)/dt = \sum \vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F})$	/

**theoreme** : à privilégier quand **pas de frottements**.

## II – Cas MPSI des forces centrales



Montrer que  $C$  est une constante : (fixée par les CI's)

1. Montrer que le moment cinétique est constant :  $d\vec{L}_O(M)/dt = \sum \vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{F} = cst$
2. Calculer  $\vec{L}_O(M)$  dans la base cylindrique :  $\vec{L}_O(M) = mr^2\dot{\theta}\hat{e}_z$  où  $C = r^2\dot{\theta}$

Déterminer  $E_{p_{eff}}$  :

---

$$1. E_{meca} = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 \text{ avec } V^2 = v \cdot v = \begin{vmatrix} \dot{r} \\ r \cdot \dot{\theta} \\ 0 \end{vmatrix} \text{ et } \mathcal{C} = r^2 \dot{\theta}$$

$$2. E_{meca} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \dot{r}^2 + \mathbf{Ep}(r) + \frac{1}{2} m \frac{c^2}{r^2}$$

$$3. \boxed{E_{p_{eff}} = Ep(r) + \frac{1}{2} m \frac{c^2}{r^2}}$$

Astuces :

---

- Si système est conservatif :  $E_{meca} = cst$ , fixé par les CI's
- Si on nous demande  $E_{p_{eff}}$  → réflexe pavlovien, calculer  $E_{meca}$
- Déterminer  $\mathcal{C}$  :
  - Fixée par les CI's →  $\vec{L}_O(M)_{t=0} = \vec{OM} \wedge m\vec{v}(M)_{t=0}$
  - Cas général, calculer  $\vec{L}_O(M) = \vec{OM} \wedge m\vec{v}(M)$  et prendre le coefficient après  $m$ .
- Déterminer les constantes du mouvement, dans une surface de révolution :  $r^2 \dot{\theta}$  et  $E_{meca}$  car mvt conservatif

**ANNEXE : Exercices modèles : Série 9**

## FICHE N°17 : ASTRODYNAMIQUE

### I – Force de gravitation

$$\vec{F}_{grav} = -\frac{G.M.m}{r} \cdot \hat{e}_r$$

$$E_{p_{grav}} = -\frac{G.M.m}{r^2}$$

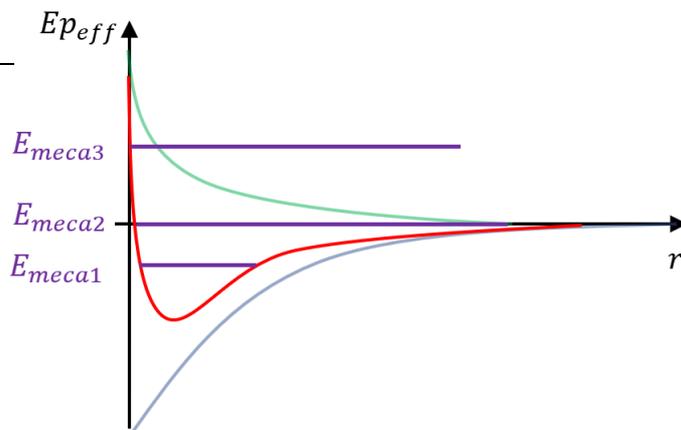
La force de gravitation est centrale, conséquence :

**TPM** :  $\frac{d\vec{L}_O(M)}{dt} = \vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) = 0$  d'où  $\vec{L}_O(M) = \vec{OM} \wedge m\vec{v}(M) = \vec{cst}$

- ⇒ **Planéité du mouvement** : le vecteur  $\vec{OM}$  est toujours orthogonal à un vecteur  $\vec{cst}$
- ⇒ **Effet pirouette** : si la norme diminue, la vitesse augmente et vice versa
- ⇒ **Loi des aires** : pendant des durées égales, le vecteurs rayon parcourt des aires égales

Etude énergétique (uniquement pour la gravitation) :

- $E_{meca1} < 0$  : états liés donc mouvement fermé
- $E_{meca3} > 0$  : états de diffusion
- $E_{meca2} = 0$  : état de libération



### II – Satellites en orbite circulaire

1. Détermination de la vitesse :

**PFD** :  $-m \cdot \frac{v_0^2}{R_0} = -\frac{G.M.m}{r}$  d'où  $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R_0}}$

2. 3<sup>ème</sup> Loi de Kepler :  $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R_0}} = \frac{\text{distance}}{\text{duree}} = \frac{2\pi R}{T}$

d'où  $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$

3. Montrer que v est constante :

**TPC** :  $\frac{dE_C}{dt} = \sum \mathcal{P} = \mathcal{P}_{F_{grav}} = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$  d'où  $E_C = \text{cst}$

4. Energie mécanique sur un cercle :

$$E_{meca} = E_C + E_p = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{GMm}{R_0} = -\frac{GMm}{2R_0} < 0$$

5. Exprimer GM en fonction de g<sub>0</sub> :

Localement, on admet que  $\|\vec{P}\| = \|\vec{F}_{grav}\|$  d'où  $GM = gR_T^2$

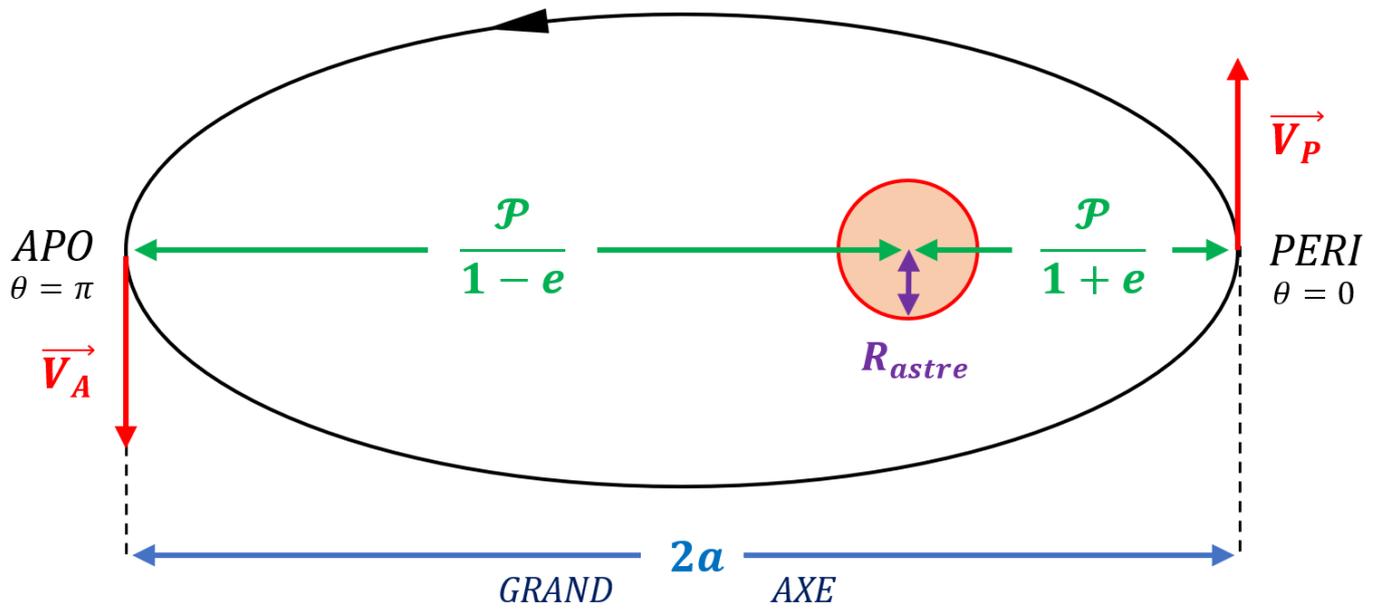
### III – Orbites elliptiques, paraboliques, hyperboliques

Equation polaire d'une conique :  $r(\theta) = \frac{\mathcal{P}}{1+e \cos \theta}$  où e est l'excentricité

Cas des orbites :

- $e = 0$  : cercle de rayon  $\mathcal{P}$
- $e \in ]0; 1[$  : ellipse
- $e = 1$  : parabole avec  $r = \frac{\mathcal{P}}{1+\cos \theta}$
- $e > 1$  : hyperbole

<sup>1</sup> Avec  $v_0 = \sqrt{GM/R_0}$



Equation polaire des coniques :

$$R_P = \frac{\mathcal{P}}{1+e} \quad R_A = \frac{\mathcal{P}}{1-e} \quad \text{d'où} \quad e = \frac{R_A - R_P}{R_A + R_P}$$

Energie mécanique et loi de Kepler :

$$E_{meca} = -\frac{GmM}{2a} \quad \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

Effet pirouette :

$$R_A V_A = R_P V_P$$

**ANNEXE : Exercices modèles :** Série 10 – VI et VII

# FICHE N°18 : MECANIQUE DU SOLIDE (NOTION)

## I – Moment cinétique et moment d'inertie

- Pour un point :  $\vec{L}_O(M) = \vec{OM} \wedge m \cdot \vec{v}(M)$  Moment cinétique d'un **point**
- Pour un solide :  $\vec{L}_O(solide) = \iiint (dm \cdot r^2) \times (\dot{\theta} \hat{e}_z) = \boxed{J_{\Delta} \cdot \vec{\Omega}}$  Moment cinétique d'un **solide**

Remarque :  $J_{\Delta}$ , appelé **MOMENT D'INERTIE** n'est pas intrinsèque au solide, mais dépend de l'axe. Il raconte comment le solide est **compacté** sur l'axe.

## II – TMCS

- Moment cinétique scalaire :  $\overline{L}_{\Delta}(solide) = \boxed{\pm J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}}$  : le signe dépend de l'orientation de l'axe  $\Delta$
- Théorème du moment cinétique scalaire (**S**calaire, **S**olide)

$$\frac{d\overline{L}_{\Delta}(solide)}{dt} = \sum \overline{\mathcal{M}}_{\Delta}(Forces)$$

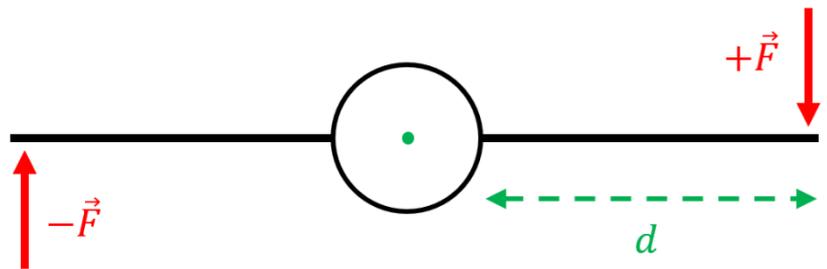
Où  $\overline{\mathcal{M}}_{\Delta}(\vec{F}) = \pm \|\vec{F}\| \cdot BdL$  Le signe correspond au mouvement du solide, si on considère la force

## III – Couple mécanique

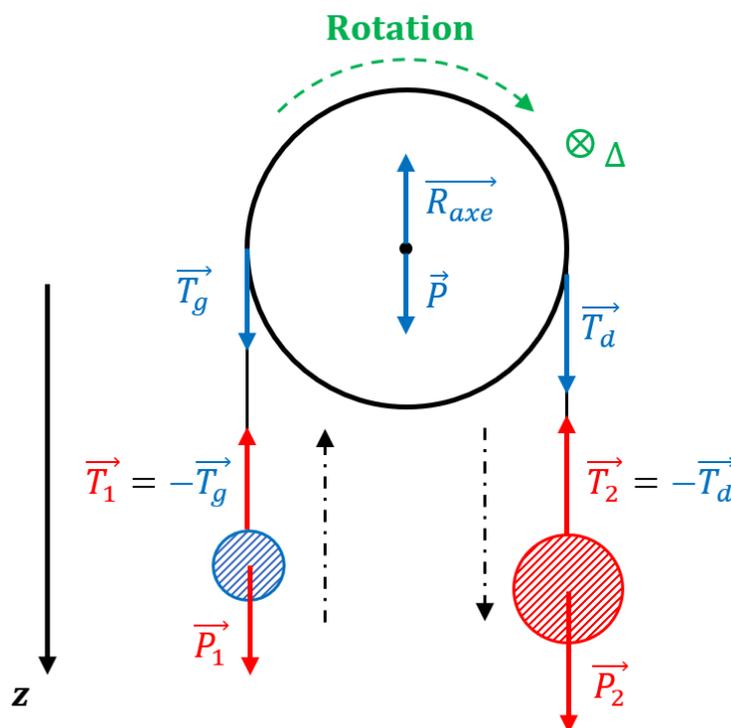
- **Couple moteur** : noté  $\Gamma$

Ci-contre,  $\vec{F} - \vec{F} = \vec{0}$  mais  $\overline{\mathcal{M}}_O(total) \neq 0$

$$\boxed{\overline{\mathcal{M}}_{\Delta}(\vec{F}) = 2 \cdot F \cdot d}$$



- **Couple résistant** (frottements) : sous la forme  $\Gamma f = -C \cdot \dot{\theta}$
- **Exemple** : Chapi / Chapo / Poulie



<b>Masse m1</b> <i>Contexte différentiel</i>	<b>Masse m2</b> <i>Contexte différentiel</i>	<b>Poulie (solide)</b> <i>Contexte différentiel</i>
On pose $z = z_2$ ; alors $z_1 = -z_2$		<b>TMCS :</b>
<b>PFD :</b> $-m_1 \vec{a} = \vec{P}_1 + \vec{T}_1$ $m_1 \begin{cases} 0 \\ 0 \\ -\ddot{z} \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ m_1 g \end{cases} \times \begin{cases} 0 \\ 0 \\ -T_1 \end{cases}$	<b>PFD :</b> $m_2 \vec{a} = \vec{P}_2 + \vec{T}_2$ $m_2 \begin{cases} 0 \\ 0 \\ \ddot{z} \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ m_2 g \end{cases} + \begin{cases} 0 \\ 0 \\ -T_2 \end{cases}$	$\frac{d\overline{L}_\Delta(\text{solide})}{dt} = \overline{\mathcal{M}}_\Delta(\vec{P}) + \overline{\mathcal{M}}_\Delta(\vec{T}_g)$ $+ \overline{\mathcal{M}}_\Delta(\vec{T}_d)$ $+ \overline{\mathcal{M}}_\Delta(\vec{R}_{\text{axe}})$
$z = R\theta \Rightarrow \ddot{z} = R\ddot{\theta}$		$\ T_g\  = \ T_1\ $ et $\ T_d\  = \ T_2\ $
<b>Equation:</b> $-m_1 R\ddot{\theta} = m_1 g - T_g$	<b>Equation:</b> $m_2 R\ddot{\theta} = m_2 g - T_d$	<b>Equation:</b> $\frac{J_\Delta \ddot{\theta}}{R} = T_d - T_g$
$L_3 + L_2 - L_1 : \ddot{\theta} \left( \frac{J_\Delta}{R} + m_2 R + m_1 R \right) = (m_2 - m_1)g$ $\ddot{\theta} = \frac{(m_2 - m_1)Rg}{J_\Delta + (m_1 + m_2)R^2}$		

### IV – Etude énergétique

Uniquement pour les solides en rotations, on a :

$$\begin{cases} \vec{F} \leftrightarrow \overline{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) \\ \vec{v} \leftrightarrow \omega = \dot{\theta} \\ m \leftrightarrow J_\Delta \\ d\ell \leftrightarrow d\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathcal{P}(\text{couple}) = \overline{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) \cdot \vec{\Omega} \\ \mathcal{P} = \overline{\mathcal{M}}_\Delta \cdot \omega \\ W = \int \overline{\mathcal{M}}_\Delta \cdot d\theta \\ E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2 \end{cases}$$

Ensemble des théorèmes en mécanique :

<b>Lois différentielles</b> <i>Si on s'intéresse à ce qu'il se passe à chaque instant</i>	<b>Lois intégrales</b> <i>Si on s'intéresse aux états finaux et initiaux</i>
<b>PFD :</b> $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ (si cercle)	<b>TEC :</b> $\Delta E_c = \sum W(\vec{F})$
<b>TPC :</b> $dE_c/dt = \sum \mathcal{P}$	<b>TEM :</b> $\Delta E_{\text{méca}} = \sum W(\overline{F_{\text{non cons}}})$
<b>TPM :</b> $dE_{\text{méca}}/dt = \sum \mathcal{P}_{\text{non cons}}$	
<b>TMC :</b> $d\overline{L}_O(M)/dt = \sum \overline{\mathcal{M}}_O(\vec{F})$	
<b>TMCS :</b> $d\overline{L}_\Delta(M)/dt = \sum \overline{\mathcal{M}}_\Delta(\vec{F})$	

**theoreme** : si système conservatif

### IV – Chapi / Chapo énergétique :

$$E_{\text{meca totale}} = E_c \text{ masse} + E_p \text{ masse} + E_c \text{ poulie} + E_p \text{ poulie} = \frac{1}{2} m v^2 \pm m g z + \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2 + 0$$

**ANNEXE : Exercices modèles : Série 11 – V et X**

## FICHE N°20 : CHAMP ELECTRIQUE

### I – Moment cinétique et moment d'une force

$$\vec{F}_{coul} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2} \cdot \hat{e}_r$$

$$E_{p_{coul}} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r} \cdot \hat{e}_r$$

Où  $\epsilon_0$ , perméabilité du vide vaut  $8,82 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$

Le modèle de Bohr : important !

1. Calcul de l'énergie mécanique du système :

$$E_{meca} = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{e \cdot (-e)}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r}$$

2. Appliquer le PFD pour déterminer la vitesse :

$$-m \cdot \frac{v^2}{r} \cdot \hat{e}_r = \frac{-e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2} \cdot \hat{e}_r \quad E_{meca} = \frac{-e^2}{8 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r} < 0$$

3. Idée de Bohr :

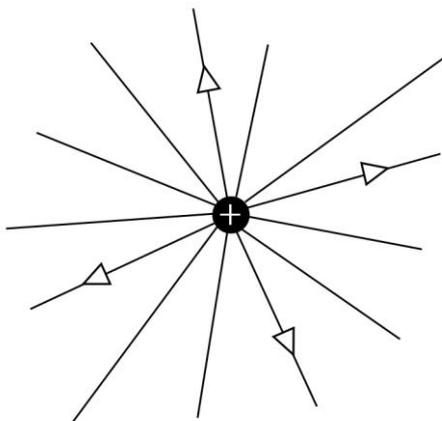
$$\overline{L_\Delta} = n \cdot \frac{h}{2\pi} = n \cdot \hbar = m \cdot r \cdot v$$

4. On remplace  $v$  par la valeur trouvée en (2) et on isole  $r$  :

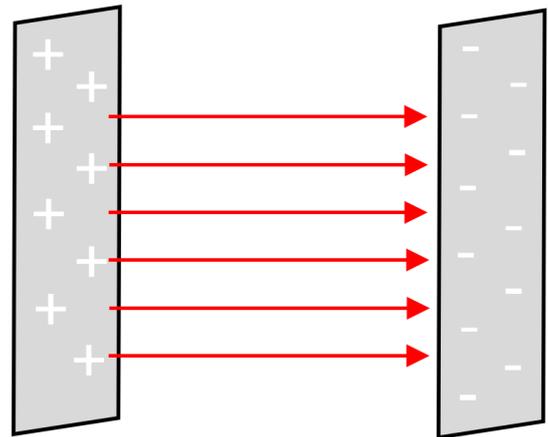
$$r = \frac{n^2 \cdot \hbar^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}{m^2 \cdot e^2} \text{ in } E_{meca} \rightarrow E_{meca} = \frac{-e^4 \cdot m}{32 \cdot \pi^2 \cdot \epsilon_0^2 \cdot n^2 \cdot \hbar^2} = E_0 \cdot \frac{1}{n^2} \quad \text{où} \quad E_0 = \frac{-e^4 \cdot m}{32 \cdot \pi^2 \cdot \epsilon_0^2 \cdot \hbar^2}$$

### II – Champ électrostatique

Lignes de champ :



Condensateur plan :



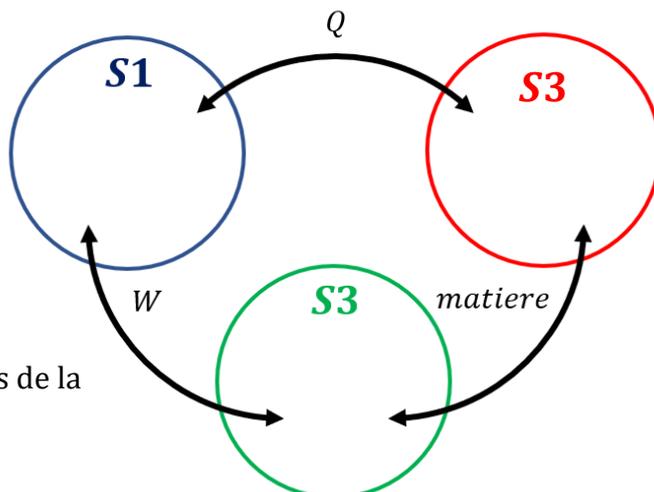
$$\text{Où} \quad \begin{cases} F = q \cdot E \\ E_{p_{elec}} = q \cdot V \end{cases}$$

**Exercices modèles :** Série 12

# FICHE N°24 : DESCRIPTION MACRO D'UN SYSTEME THERMO

## I – Systèmes thermodynamiques

- **Système thermo** : matière délimitée par une surface (surface de contrôle) avec transferts :
  - Travail :  $W$
  - Transfert thermique :  $Q$
  - Flux de matière
- **Système ouvert** : flux de matière
- **Système fermé** : aucun flux de matière au travers de la surface de contrôle
- **Système isolé** :  $W = 0 ; Q = 0 ; flux = 0$



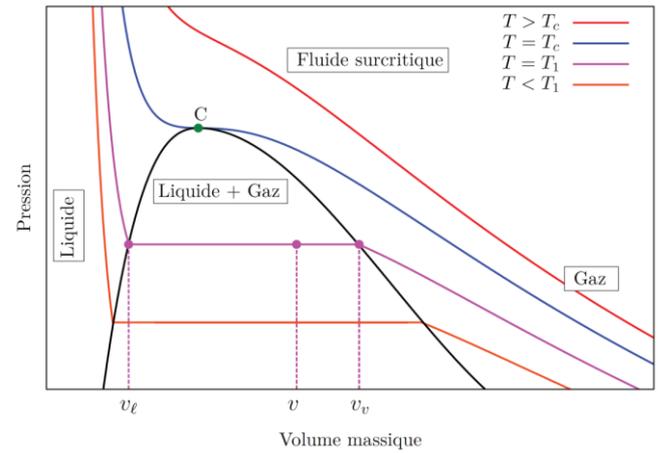
Transformation célèbre	Abréviation	Caractéristique
Isotherme	IsoT	T système = cst
Monotherme	MonoT	T extérieur = cst
Isobare	IsoP	P système = cst
Monobare	MonoP	P extérieur = cst
Isochore	IsoV	V système = cst
Adiabatique	Ad	Pas de transfert thermique
Quasi statique	qS	Transformation lente
Réversible	R	On inverse le sens du temps, sans nous choquer
Compression / détente		Penser piston

## II – Les gaz, phases condensées et CPCE (Corps Purs Changement d'Etat)

Gaz	$\varphi Ci$	CPCE
GAZ PARFAITS $PV = nRT$	$V = cst$	$isoT \Leftrightarrow isoP$ Si les deux phases sont en présence Diagramme PT
$\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1} \Delta T$	$\Delta U = mc\Delta T$	

<sup>1</sup>  $C_v$

### Diagramme de Clapeyron



Titre massique en vapeur / % en masse de vapeur :

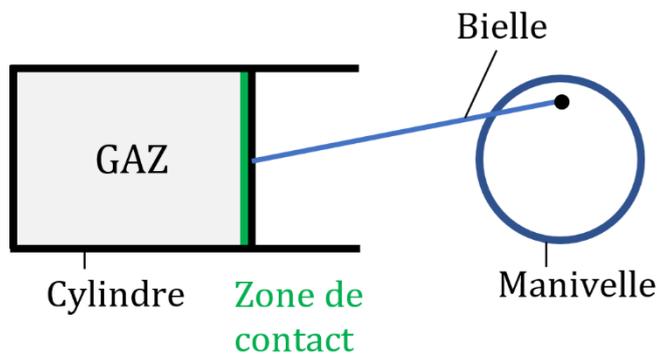
$$x_{vap} = \frac{m_v}{m_{tot}}$$

# FICHE N°25 : PREMIER PRINCIPE DE LA THERMO

## I - Le travail des forces de pression

Système : {le gaz dans le cylindre}

- Si le piston comprime le gaz : le gaz reçoit du  $W > 0$
- Si le piston s'éloigne : le gaz reçoit du  $W < 0$



$$W_{pression} = \int -P_{cont} dV$$

Transformation célèbre de GP	Travail
Isotherme	$W = \int -P_{cont} dV = -n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_F}{V_I}\right)$
Isochore	$W = 0$
Isobare	$W = \int -P dV = P(V_I - V_F)$
Adiabatique - réversible	$W = \Delta U$
Cyclique	$W < 0$ si MoMo

## II - Premier principe pour les systèmes fermés

### Enoncé :

Pour un système fermé, on postule qu'il existe une grandeur  $U$  appelée énergie interne qui soit une fonction d'état tel que :

$$\Delta \left( U + \underbrace{E_C + E_P}_{E_{meca}} \right) = W + Q$$

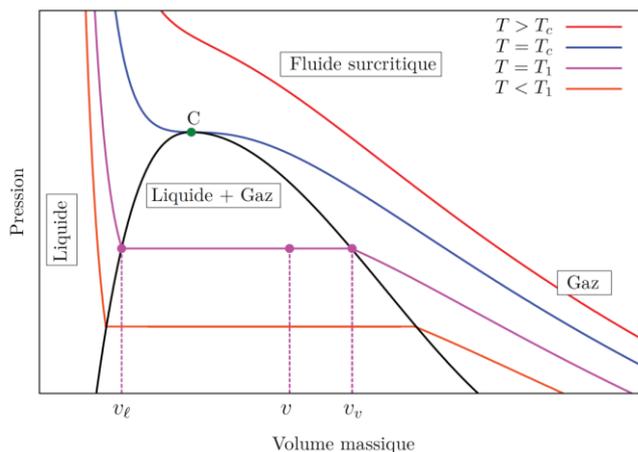
## III - Fonction enthalpie $H$

Gaz	$\varphi Ci$	CPCE
GAZ PARFAITS $PV = nRT$	$V = cst$	$isoT \Leftrightarrow isoP$ Si les deux phases sont en présence
$\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1} \Delta T$	$\Delta U = mc\Delta T$	Diagramme PT 
$\Delta H = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \Delta T$	$\Delta H = \Delta U = mc\Delta T$	

<sup>1</sup>  $C_V$

<sup>2</sup>  $C_P$

**Diagramme de Clapeyron**



Titre massique en vapeur / % en masse de vapeur :

$$x_{vap} = \frac{m_v}{m_{tot}}$$

$$\Delta H = m_{CE} + \Delta h_{CE}$$

$\Delta h_{CE}$  : enthalpie de changement d'état ou chaleur latente

**IV – Fonction enthalpie H**

Transformation	Q
Isochore	$C_V \Delta T$
Isobare	$C_P \Delta T$
Adiabatique - réversible	= 0
Isotherme	$C_{tres\ chiant}$ $W = \int -P_{cont} dV = -n \cdot R \cdot T \cdot \ln \left( \frac{V_F}{V_I} \right)$

**V – Calorimétrie et premier principe monobare**

1<sup>er</sup> principe monobare

$$\Delta H = W_{autre} + Q$$

**VI – Théorème de Zeuner**

Si écoulement : **Zeuner « normal »**

$$[h + e_c + e_p]_{in}^{out} = w_{autre} + q$$

Autrement : **Zeuner puissance**

$$D_m [h + e_c + e_p]_{in}^{out} = \underbrace{\mathcal{P}_{utile}}_{D_m w_u} + \underbrace{\mathcal{P}_{thermique}}_{D_m q}$$

- $e_c = \frac{1}{2} v^2$
- $e_p = gz$
- $w_{utile} = w_{autre}$  : travail massique
- $q$  : transfert thermique

**Exercices modèles :** Série 16 III – sujet Centrale

## FICHE N°26 : SECOND PRINCIPE ET ENTROPIE

### I – Pourquoi un second principe ?

*L'entropie c'est la mesure du manque d'information*

Dissymétrie travail / chaleur :

- Transformer  $W \rightarrow Q \rightarrow$  simple (frottements)
- Transformer  $Q \rightarrow W \rightarrow$  complexe (moteurs)

### II – Enoncé actuel du second principe

#### Enoncé :

Pour un système fermé, on postule l'existence d'une fonction d'état appelée entropie  $S$  telle que :

$$\Delta S = \frac{Q}{T_0} + \mathcal{S}_{\text{cree par irreversibilite}}$$

Avec :  $T_0$  : température du thermostat

$Q$  : transfert thermique du thermostat

On appelle  $\mathcal{S}_{ech} = \frac{Q}{T_0}$  le terme d'entropie d'échange

Remarque : Si réversible,  $\mathcal{S}_{ech} = 0$

Gaz	$\phi Ci$	CPCE
$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \cdot \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR \cdot \ln\left(\frac{V}{V_i}\right)$	$\Delta S = m \cdot c \cdot \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$	$\Delta S = \frac{m_{CE} \cdot \Delta h_{CE}}{T_{CE}}$

**Exercices modèles :** Série 18 – IV, V, VI

## FICHE N°27 : MACHINES THERMIQUES

### I - Théorème de Carnot

2 cas possibles :

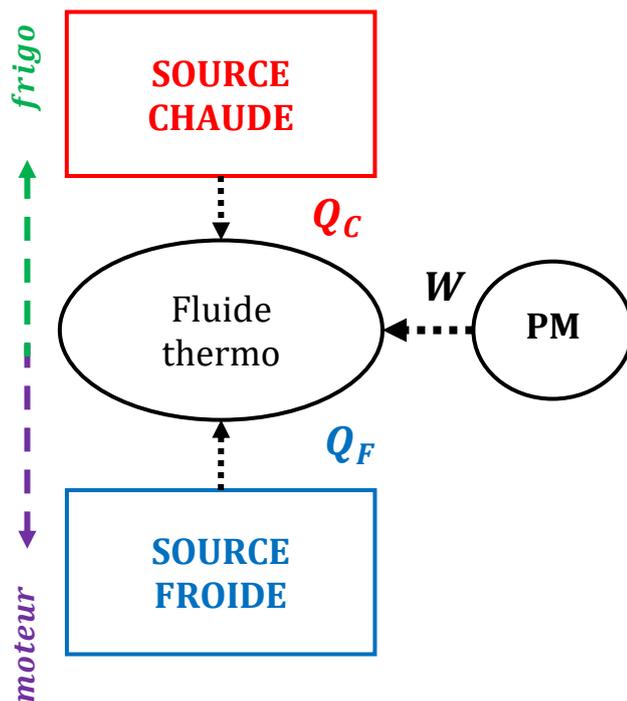
- Cas moteur :  $C \rightarrow F$   $Q_C > 0$   $Q_F < 0$   $W < 0$
- Cas récepteur :  $F \rightarrow C$   $Q_C < 0$   $Q_F > 0$   $W > 0$

2<sup>nd</sup> principe :  $\Delta S = \mathcal{S}_{ech} + \mathcal{S}_{cree}$  par irreversibilite

Or sur un cycle,  $\Delta S = 0$ , d'où

$$0 = \mathcal{S}_{ech} + \mathcal{S}_{cree} = \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} + \mathcal{S}_{cree}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = -\mathcal{S}_{cree} < 0}$$



### II - Bilan : machines thermiques de Carnot

$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = -\mathcal{S}_{cree} < 0$		
MOTEUR	FRIGO / CLIM	PAC
$\rho = \frac{-W}{Q_C}$	$\rho = \frac{Q_F}{W}$	$\rho = \frac{-Q_C}{W}$
$\rho_{mot} \leq 1 - \frac{T_F}{T_C}$	$\rho_{mot} \leq \frac{T_F}{T_C - T_F}$	$\rho_{mot} \leq \frac{T_C}{T_C - T_F}$

**Exercices modèles :** Série \_

## FICHE N°28 : PHYSIQUE ONDULATOIRE

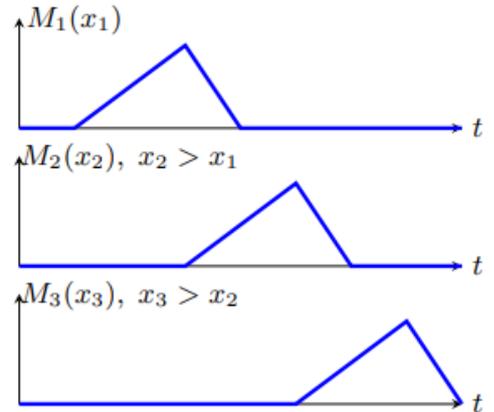
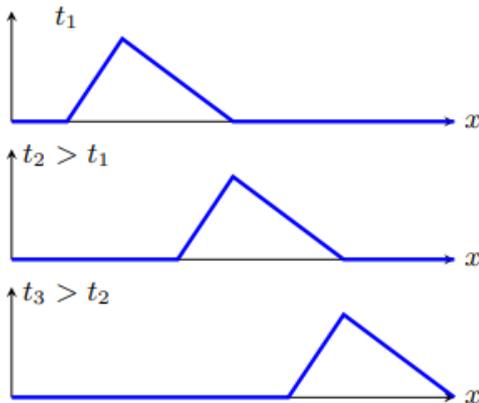
### I – Propagation d'une onde

Onde progressive, sous la forme  $f(x \pm ct) / g\left(t \pm \frac{x}{c}\right)$

règle du +/- :  $\begin{cases} + \text{ gauche} \\ - \text{ droite} \end{cases}$

Tracé des profils spatiaux / temporels :

- **Spatial** : on bloque le temps, **amplitude en fonction de x**
- **Temporel** : on bloque l'espace = on prend un point de la corde, **amplitude en fonction de t**



### II – Ondes progressives sinusoïdales (OPS)

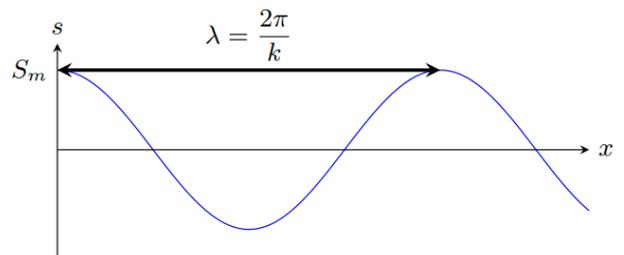
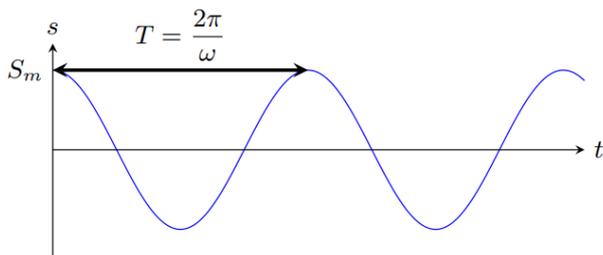
$$s(x, t) = S_0 \cos(\omega t + \varphi) = S_0 \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{c} + \varphi\right) = \boxed{S_0 \cos(\omega t \pm kc + \varphi)}$$

Avec  $\omega = kc$

Période temporelle  $T = \frac{2\pi}{\omega}$

Période spatiale  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$

et  $\lambda = cT$



### III – Relation de dispersion

Equation de Jean Le Rond d'Alembert :

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = 0 \quad \leftarrow \quad s(x, t) = S_0 \cos(\omega t - kx)$$

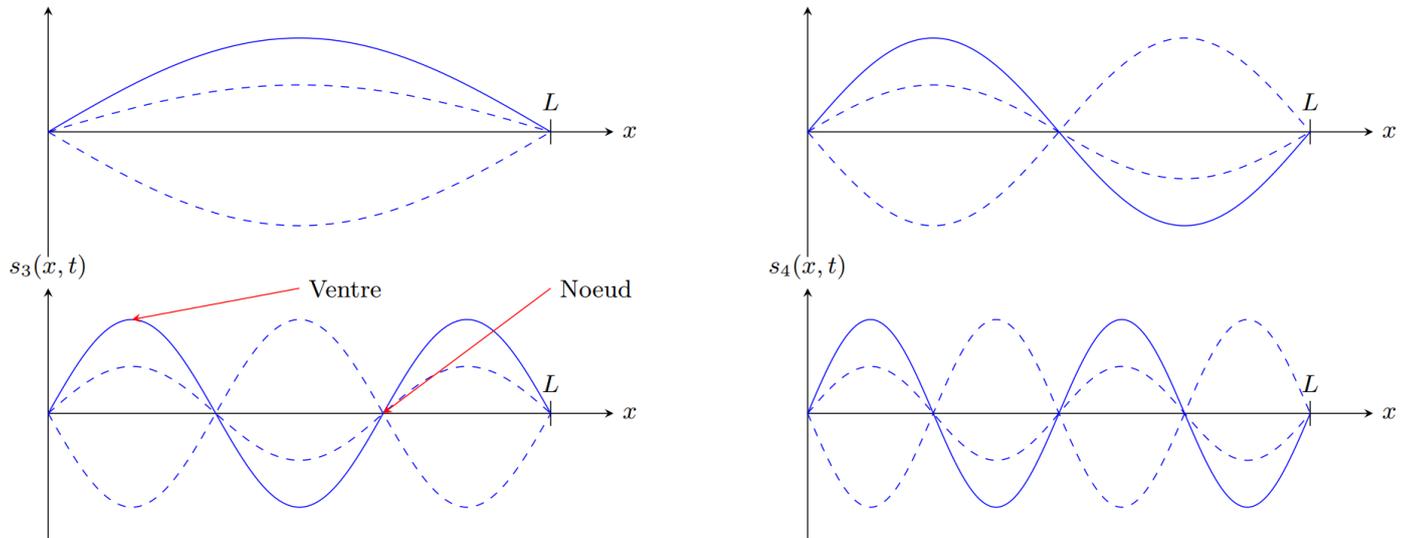
$$-\omega^2 S_0 \cos(\omega t - kx) + k^2 c^2 S_0 \cos(\omega t - kx) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (-\omega^2 + k^2 c^2) S_0 \cos(\omega t - kx) = 0$$

$$\omega^2 = k^2 c^2 \quad \Leftrightarrow \quad \omega = \pm kc \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} k > 0 & \text{droite} \\ k < 0 & \text{gauche} \end{cases}$$

Quand on peut écrire  $\omega/k = cst$  c'est que le milieu est **non dispersif** donc toutes les fréquences vont à la même vitesse.

### IV – Les ondes stationnaires

Corde accrochée à ses deux extrémités, on crée des vibrations avec un dispositif extérieur et coexistence de **DEUX ONDES**



Pour une corde de longueur  $L$ , avec  $n$  ventres et  $n + 1$  nœuds, on a  $L = n\lambda/2$  et  $f = nc/2L$

### V – Interférences

Constructive	Destructive
Les ondes arrivent en phase	Les ondes arrivent en opposition de phase
$\exists n \in \mathbb{Z}, kx_1 = kx_2 + 2n\pi$ OR $k = 2\pi/\lambda$ $\delta = x_1 - x_2 = n\lambda$	$\exists n \in \mathbb{Z}, kx_1 = kx_2 + (2n + 1)\pi$ OR $k = 2\pi/\lambda$ $\delta = x_1 - x_2 = (2n + 1)\lambda/2$

Exercices modèles : Série \_