

Loi de Képler – Mouvement à Force Centrale**Exercice 1 : La masse de Jupiter**

La masse M de la planète Jupiter peut se déterminer à partir des données issues de l'observation de ses satellites. Les périodes T des mouvements des satellites sont en effet reliées aux rayons r de leurs orbite (supposées circulaires) par la relation :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}, \text{ avec } G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI.}$$

1. Que représente G ? Exprimer l'unité de G avec les unités de base du système international.
2. Le tableau qui suit donne les valeurs de T et r relatives à quelques satellites de Jupiter. Tracer la courbe donnant r^3 en fonction de T^2 et exploiter celle-ci pour déterminer M

Satellites	Io	Europe	Ganymède	Callisto
T (jours)	1,768	3,551	7,155	16,69
r (km)	$4,220 \cdot 10^5$	$6,710 \cdot 10^5$	$10,70 \cdot 10^5$	$18,80 \cdot 10^5$

Exercice 2 : L'atome de Bohr

L'atome d'hydrogène est constitué d'un proton et d'un électron. Dans le modèle de Bohr (1913) qui est un modèle planétaire, l'électron est en mouvement circulaire uniforme de rayon r autour du noyau. On néglige la force gravitationnelle devant la force électrique.

Déterminer la vitesse v de l'électron dans le référentiel du noyau, supposé immobile.

Données : Constante électrique $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ usi}$, charge élémentaire $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, rayon de l'atome $r = 54 \text{ pm}$, masse de l'électron $m = 9,0 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

Exercice 3 : Couverture des satellites géostationnaires

1. Définir ce que l'on appelle satellite géostationnaire et montrer que l'orbite d'un tel satellite est nécessairement contenue dans le plan de l'équateur terrestre.
2. Calculer l'altitude d'un satellite géostationnaire.
3. Montrer qu'il n'est pas possible d'observer la totalité du globe depuis des satellites géostationnaires, et que la zone observable est située entre les latitudes $81,3^\circ \text{Sud}$ et $81,3^\circ \text{N}$

Données : $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ la masse de la Terre, Constante gravitationnelle universelle $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ masse du soleil, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$ constante universelle de gravitation, période (jour sidéral) de rotation de la Terre sur elle-même $T = 23\text{h}56\text{min}$.

Exercice 4 : Toujours plus haut

A la surface de la Terre, de masse M_T et de rayon R_T , on lance un objet verticalement et vers le haut, avec une vitesse initiale v_0 . On ne tient pas compte des frottements.

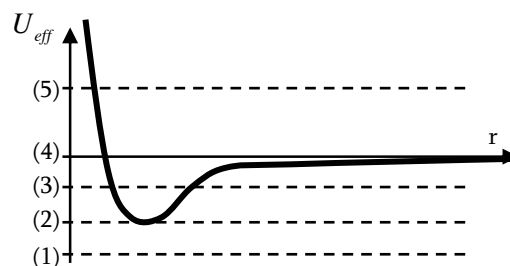
1. Exprimer l'altitude maximale H atteinte par le projectile, en fonction de R_T , v_0 et $v_1 = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$.
2. Que se passe-t-il pour $v_0 = v_1$?

Exercice 5 : Satellites terrestres – Vitesse de libération

On s'intéresse dans cet exercice à quelques aspects de la satellisation de satellites terrestres. En l'absence de précision explicite, on négligera tout frottement du à l'atmosphère sur le satellite. On s'intéresse à un satellite de masse m , en orbite circulaire de rayon R autour de la Terre. On donne la masse de la Terre $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, le rayon de la Terre $R_T = 6370 \text{ km}$ ainsi que la constante universelle de gravitation $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ usi}$.

1. Montrer que le mouvement du satellite autour de la Terre est uniforme, et exprimer littéralement sa vitesse v_0 en fonction de G , M_T et R .
2. Faire l'application numérique pour une orbite rasante, c'est-à-dire $r = R_T$, une orbite proche pour un satellite d'observation, par exemple $h = 832 \text{ km}$ pour SPOT, et pour un satellite géostationnaire, c'est-à-dire $h = 36000 \text{ km}$. Comparer ces vitesses à la vitesse du sol due à la rotation de la Terre (on l'exprimera en fonction de la latitude λ et on la calculera à l'équateur).
3. Dans le cas d'une orbite circulaire du satellite autour de la Terre, montrer que l'énergie mécanique E_m du satellite est liée à son énergie cinétique par $E_m = -E_c$. Si l'on tient compte de la force de frottement de l'atmosphère sur le satellite, quel est l'effet de cette force de frottement sur la vitesse du satellite.
4. Pour un satellite de masse m en mouvement (quelconque) autour de la Terre, et soumis uniquement à la force gravitationnelle terrestre, l'énergie mécanique peut s'écrire de la même façon que celle d'un point matériel en mouvement rectiligne placé dans un potentiel effectif : $U_{\text{eff}}(r)$ dont la courbe représentative est donnée ci-dessous. On écrit alors $E = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + U_{\text{eff}}(r)$, où r représente la distance du satellite au centre de la Terre.

Après avoir justifié que l'énergie mécanique E_m du satellite est une constante du mouvement, préciser pour chacune des valeurs de E , notées de (1) à (5) la nature de la trajectoire du satellite et celle de son état (libre ou lié).



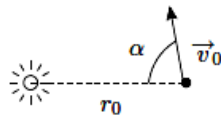
5. La vitesse de libération v_L d'un satellite est la plus petite vitesse qu'il faut communiquer à la surface de la Terre pour qu'il aille à l'infini (en se « libérant » de l'attraction terrestre). Exprimer v_L en fonction de G , M_T et R_T et calculer sa valeur.

Exercice 6 : Etude d'un astéroïde

Un astéroïde est repéré dans le système solaire. Au moment de sa découverte, il est à la distance $r_0 = 108 \text{ km}$ du centre du Soleil et a pour vitesse $v_0 = 51 \text{ km.s}^{-1}$.

Données : $M_s = 2.10^{30} \text{ kg}$ masse du soleil, $G = 6,67.10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$ constante universelle de gravitation, $\alpha = 80^\circ$.

1. A quelle catégorie de conique la trajectoire de l'astéroïde appartient-elle ? Justifier.
2. En supposant que l'on puisse étendre la relation $E_m = \frac{-GM_s m}{2r}$ à la trajectoire elliptique en remplaçant le rayon r de la trajectoire circulaire par le demi-grand axe a de l'ellipse Déterminer la valeur numérique de ce demi-grand axe a de sa trajectoire.
3. En déduire la période T de l'astéroïde. La calculer en années terrestres.



Exercice 7 : Comète de 1843

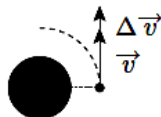
En 1843, une comète est passée extrêmement près du soleil, de masse M_s : sa distance au périhélie était $d = 6,1.10^{-3} \times a_0$, où a_0 est le rayon de l'orbite terrestre. Des mesures précises ont montré que l'excentricité de la comète était $e = 1-x$ avec $x = 9,4.10^{-5}$.

Donnée : $u = 30 \text{ km.s}^{-1}$ est la vitesse de révolution de la Terre autour du soleil.

1. Exprimer le produit GM_s en fonction de u et a_0 .
2. En considérant que la trajectoire de la comète est quasi-parabolique, calculer sa vitesse de passage v_P au périhélie.
3. Exprimer le demi-grand axe a de la trajectoire de la comète, en fonction de d et x . Calculer a en fonction de a_0 .
4. En déduire la vitesse v_A de passage à l'aphélie en fonction de v_P et x . Faire l'application numérique.
5. En quelle année cette comète reviendra-t-elle dans le système solaire ?

Exercice 8 : Apport de vitesse

Un satellite est en rotation circulaire autour de la Terre à une altitude $h = 400 \text{ km}$. Pendant un laps de temps très court, on met en marche le réacteur qui communique au satellite un supplément de vitesse, dans le sens du mouvement, de $\Delta v = 1 \text{ km.s}^{-1}$. On donne : $G = 6,67.10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$, $M_T = 6.10^{24} \text{ kg}$, $R_T = 6400 \text{ km}$

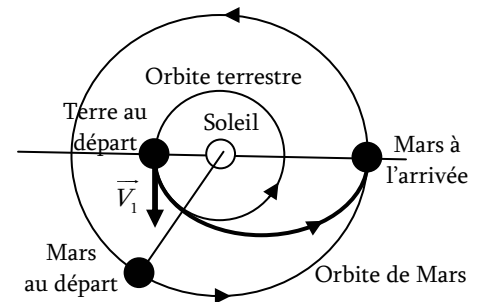


1. Calculer la vitesse v et la période T du satellite sur son orbite circulaire de départ.
2. Montrer que suite à l'allumage du réacteur, le satellite décrit une trajectoire elliptique. Calculer son demi-grand axe a (on étendra la relation $E_m = \frac{-GM_s m}{2a}$).
3. En déduire les valeurs numériques de altitudes h_P et h_A du périhélie et de l'apogée, de la nouvelle période de rotation T' du satellite et de l'excentricité e de la trajectoire elliptique suivie.

Exercice 9 : Orbite de transfert vers Mars

Dans tout le problème, on négligera les dimensions propres des astres devant les distances qui les séparent et on se placera dans le référentiel héliocentrique, sauf précision contraire.

1. La terre sur son orbite : calculer la vitesse v_T de la Terre en mouvement circulaire uniforme autour du soleil, ainsi que celle de Mars v_M .
2. Lancement d'un vaisseau vers Mars :
La manière la plus économique d'envoyer un vaisseau spatial sur Mars consiste à le placer avec une vitesse v_1 sur une orbite elliptique où il se déplace moteurs coupés sous l'effet de l'attraction solaire, en obéissant aux lois de Képler.



- a) Déterminer (en UA) la valeur du demi-grand axe de l'ellipse décrite par le centre d'inertie de l'engin.
- b) A l'aide de la troisième loi de Képler, déterminer la durée du voyage en années terrestres.
- c) Dans le référentiel héliocentrique, la vitesse de lancement a pour valeur $v_1 = 24 \text{ km.s}^{-1}$. Sans tenir compte de l'attraction martienne, la vitesse v_2 à l'approche de Mars sera-t-elle supérieure, égale, ou inférieure à cette valeur ?
- d) Pourquoi le lancement doit-il respecter certaines « fenêtres » ?
- e) Pour réaliser ce transfert d'orbite, on a donc besoin de 2 poussées en P : Δv_P et en A : Δv_A (l'ellipse de transfert est tangente aux deux orbites circulaires). Déterminer l'expression des vitesses v_P et v_A du satellite sur l'ellipse de transfert respectivement aux points P (juste après l'extinction des moteurs) et A (juste avant le rallumage des moteurs). Les calculer.
- f) En déduire les accroissements de vitesse orthoradiale Δv_P et Δv_A .
- g) A quelle vitesse faut-il lancer le satellite si on le lance directement depuis la Terre, tangentielllement à l'orbite de la Terre ? Dans quel sens ? Comparer cette vitesse à la vitesse de libération v_L (voir exo 5) de la Terre. Un tel lancement est-il possible tel quel ?

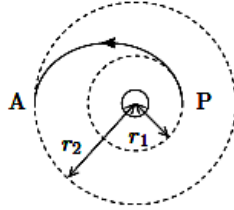
Données :

Distance moyenne de la Terre au soleil : $d_T = 1,5.10^8 \text{ km}$,
Distance moyenne de Mars au soleil : $d_M = 2,3.10^8 \text{ km}$.
Unité astronomique $1 \text{ UA} = 1,5.10^8 \text{ km}$.
Période de révolution de la planète Terre : 365,25 jours.
Période de révolution de la planète Mars : 687 jours.

Exercice 11 : Orbite de transfert (de Hohman)

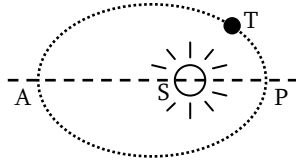
On désire réaliser le transfert d'un satellite terrestre en attente sur une orbite circulaire « basse » de rayon $r_1 = 6700\text{km}$ vers une orbite circulaire « haute » de rayon $r_2 = 42000\text{km}$ (géostationnaire), de la même manière qu'à l'exercice précédent, en passant par une orbite de transfert, dite de Hohman, tangente aux deux orbites circulaires. On donne $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$, et $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

1. Exprimer en fonction de r_1 et r_2 le demi grand axe de l'ellipse de transfert.
2. Exprimer et calculer les vitesses v_1 et v_2 du satellite sur les orbites circulaires de rayons respectifs r_1 et r_2 .
3. Déterminer l'expression des vitesses v_P et v_A du satellite sur l'ellipse de transfert respectivement aux points P (juste après l'extinction des moteurs) et A (juste avant le rallumage des moteurs). Les calculer.
4. En déduire les accroissements de vitesse orthoradiale Δv_P et Δv_A .



Exercice 12 : Mouvement orbital de la Terre

La Terre T décrit autour du soleil S une orbite elliptique d'excentricité $e = 0,0167$, de demi-grand axe $a = 1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}$ et de période $T = 365,25$ jours solaires.

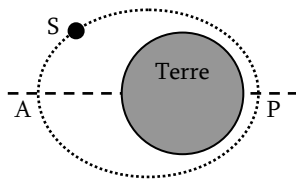


1. Exprimer en fonction des données puis calculer le périhélie SP et l'aphélie SA de la trajectoire terrestre.
2. En supposant que la trajectoire soit circulaire, exprimer la vitesse c de révolution, en fonction du rayon a et de la période T . Calculer v .

Exercice 13 : Satellite terrestre artificiel

Un satellite terrestre S est à son périgée à l'altitude $h = 350\text{km}$. Sa période de révolution est $T = 5843 \text{ s}$. Données : $R_T = 6400\text{km}$ le rayon terrestre, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$ la constante universelle de gravitation. $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ la masse de la Terre.

1. Exprimer puis calculer le demi-grand axe a de la trajectoire du satellite.
2. Exprimer en fonction de R_T , h et a l'excentricité e de la trajectoire du satellite. La calculer.
3. Déterminer l'altitude H du satellite à son apogée.



Loi de Képler – Mouvement à Force Centrale

Exercice 1 : La masse de Jupiter

1. G = constante universelle de gravitation, $G = \frac{4\pi^2 r^3}{MT^2}$, donc
 $[G] = L^3 M^{-1} T^{-2}$, donc en $m^3 kg^{-1} s^{-2}$.
2. Courbe $r^3 = f(T^2)$ = droite de coef dir $K = \frac{GM}{4\pi^2} = 3,2 \cdot 10^{15} si$,
ce qui donne $M = 1,9 \cdot 10^{27} kg$.

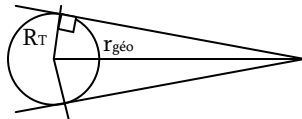
Exercice 2 : L'atome de Bohr

PFD :
$$\vec{F} = \begin{bmatrix} \frac{e(-e)}{4\pi\epsilon_0 r^2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{POL} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \begin{bmatrix} \cancel{\ddot{r}} - r\dot{\theta}^2 \\ 2\cancel{\dot{r}}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} \\ \cancel{\ddot{\theta}} \end{bmatrix}_{POL} = \begin{bmatrix} \frac{-mv^2}{r} \\ mr\ddot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}_{POL}$$

Ainsi : $v = e \sqrt{\frac{1}{m \cdot 4\pi\epsilon_0 r}} = 2,2 \cdot 10^6 m.s^{-1}$

Exercice 3 : Couverture des satellites géostationnaires

1. Satellite géostationnaire = immobile par rapport à un observateur terrestre. $\rightarrow$ Doit accompagner la Terre dans son mouvement de rotation
Orbite inclinée : impossible car le satellite ne serait pas immobile par rapport à l'observateur
Orbite parallèle à l'équateur : impossible car ne contient pas le centre de force O (la conservation du moment cinétique impose que M appartienne au même plan fixe contenant O)
2. PFD :
$$\vec{F} = \begin{bmatrix} \frac{-GMm}{r^2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{POL} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \begin{bmatrix} \cancel{\ddot{r}} - r\dot{\theta}^2 \\ 2\cancel{\dot{r}}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} \\ \cancel{\ddot{\theta}} \end{bmatrix}_{POL} = \begin{bmatrix} \frac{-mv^2}{r} \\ mr\ddot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}_{POL}$$
, ce
qui donne $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, mais $v = \frac{2\pi r}{T}$, ainsi $r_{géo} = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$
et on obtient l'altitude $h_{géo} = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} - R_T \approx 36000 km$.
3. Zone observable



$$\lambda = \cos^{-1} \left(\frac{R_T}{r_{géo}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{R_T}{R_T + h_{géo}} \right) = 81,3^\circ$$

Exercice 4 : Toujours plus haut

1. Conservation de l'énergie mécanique : (pas de frottements)
 $E_{m_ini} = -\frac{GM_T m}{R_T} + \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m (v_0^2 - v_1^2) = E_{m_fin} = -\frac{GM_T m}{R_T + H}$
Et $\frac{mv_1^2}{m(v_0^2 - v_1^2)} = -\frac{R_T + H}{R_T} \Rightarrow H = R_T \left[\frac{v_1^2}{(v_0^2 - v_1^2)} - 1 \right]$
2. Si $v_0 = v_1$, alors $H \rightarrow +\infty$, il s'agit de la vitesse de libération, la vitesse nécessaire à ce que le projectile soit libéré de l'attraction terrestre, il s'en va à l'infini.

Exercice 5 : Satellites terrestres – Vitesse de libération

1. PFD :
$$\vec{F} = \begin{bmatrix} \frac{-GMm}{r^2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{POL} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \begin{bmatrix} \cancel{\ddot{r}} - r\dot{\theta}^2 \\ 2\cancel{\dot{r}}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} \\ \cancel{\ddot{\theta}} \end{bmatrix}_{POL} = \begin{bmatrix} \frac{-mv^2}{r} \\ mr\ddot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}_{POL}$$

Ainsi : $\begin{cases} \frac{-GM_T m}{r^2} = \frac{mv_0^2}{r} \\ \ddot{\theta} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_0 = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} \\ \dot{\theta} = \text{constante} \rightarrow \text{mvt uniforme} \end{cases}$

2. AN :

Satellite	Rasant	SPOT	Géostationnaire
r	R _T	R _T +832km	R _T +36000km
v	7,91 km.s ⁻¹	7,44 km.s ⁻¹	3,07 km.s ⁻¹

A comparer avec la vitesse au niveau du sol :

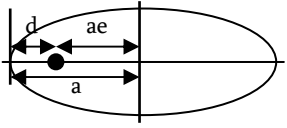
$$\vec{v} = \begin{bmatrix} \dot{r} \\ r\dot{\theta} \end{bmatrix}_{POL} \Rightarrow v_0 = r\dot{\theta} = (R_T \cos \lambda) \cdot \frac{2\pi}{T} = 467 m.s^{-1} \ll v_{satellite}$$

3. D'après la 1, $E_C = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{m G M_T}{2r} = \frac{-1}{2} E_P$
 $E_m = E_C + E_P = \frac{m G M_T}{2r} + \frac{-G M_T m}{r} = -E_C$
Avec frottement, $E_m \searrow \Rightarrow E_C \nearrow \Rightarrow v \nearrow$ mais $r \searrow$
4. Pas de frottement $\rightarrow E_m$ = constante du mouvement (car la force gravitationnelle est conservative, donc $dE_m = \delta W_{NC} = 0$).
(1) : ne correspond à aucune trajectoire possible, le satellite tombe sur la Terre, il n'a pas une vitesse suffisante pour rester en l'air
(2) : Valeur unique pour r : trajectoire circulaire (état lié)
(3) : Trajectoire elliptique, oscillation entre une valeur max et min du rayon autour du centre de la Terre (au foyer, état lié)
(4) : $E = 0$, Premier état libre, le satellite peut s'extraire de la gravitation terrestre et partir à l'infini. Cela donne une trajectoire parabolique
(5) : Etat libre, trajectoire hyperbolique
5. Premier état libre : $E_m = 0$, trajectoire parabolique, ce qui donne : $E_m = 0 = \frac{1}{2} m v_L^2 - \frac{G M_T m}{r} \Rightarrow v_L = \sqrt{\frac{2 G M_T}{r}} = 11,2 km.s^{-1}$

Exercice 6 : Etude d'un astéroïde

1. Catégorie de conique ? On calcule l'énergie mécanique :
 $E_m = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{G M_s m}{r_0} < 0$, donc trajectoire elliptique.
2. On étend la relation au cas elliptique : $E_m = \frac{-m G M_s}{2a}$
Et l' E_m est constante, donc $E_m = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{G M_s m}{r_0} = \frac{-m G M_s}{2a}$
Ainsi : $a = \frac{G M_s}{2} \left(\frac{G M_s}{r_0} - \frac{v_0^2}{2} \right) = 2,10^9 km$
3. Et d'après la loi de Képler : $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{G M_s}} = 48,5 ans$

Exercice 7 : Comète de 1843

- PFD sur la Terre... $\Rightarrow u = \sqrt{\frac{GM_s}{a_0}}$ ou $GM_s = a_0 u^2$
- Trajectoire parabolique = cas limite avec $E_m = 0$:
 $E_m = 0 = \frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{GM_s m}{d} \Rightarrow v_p^2 = \frac{2GM_s}{d} \Rightarrow v_p = u \sqrt{\frac{2a_0}{d}} = 543 \text{ km.s}^{-1}$
- Petit rappel sur l'ellipse :
Donc : $d + a \cdot e = a$
Et $\Rightarrow a = \frac{d}{1-e} = \frac{d}{x} = 64,9 \cdot a_0$

- Conservation du moment cinétique (à l'aphélie et au périhélie, vitesse et position sont perpendiculaires) :
 $r_A v_A = r_p v_p \Rightarrow (2a-d) v_A = d v_p \Rightarrow v_A = \frac{x}{2-x} v_p \approx \frac{x \cdot v_p}{2} = 25,5 \text{ m.s}^{-1}$
- Si on note T_0 la période de la Terre, et T celle de la comète :
 $\frac{T_0^2}{a_0^3} = \frac{T^2}{a^3} = \text{cste} \Rightarrow T = T_0 \sqrt{\frac{a^3}{a_0^3}} = T_0 \left(\frac{d}{x a_0} \right)^{3/2} = 522,8 \text{ années}$
La comète reviendra en 2365...

Exercice 8 : Apport de vitesse

- PFD... $\Rightarrow \begin{cases} v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}} = 7,7 \text{ km.s}^{-1} \\ T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (R_T + h)^3}{GM_T}} = 5570 \text{ s} \end{cases}$
- Le mouvement ne peut plus être circulaire, on vérifie qu'il reste lié : $E_m = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_T m}{R_T + h} < 0$, OK, car $E_m < 0$. Il est donc elliptique. Le point où l'on envoie le supplément de vitesse sera alors le périhélie (plus proche de la Terre). On utilise ensuite l'énergie mécanique constante :
 $E_m = -\frac{GM_T m}{2a} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_T m}{R_T + h} \Rightarrow a = \frac{GM_T}{2} \left(\frac{GM_T}{R_T + h} - \frac{v^2}{2} \right)^{-1} = 9525 \text{ km}$
- On en déduit : $h_p = h = 400 \text{ km}$ et $h_A = 2a - 2R_T - h = 5850 \text{ km}$,
et $T' = T \left(\frac{a}{R_T} \right)^{3/2} = 9234 \text{ s}$, $e = 1 - \frac{R_T + h}{a} = 0,29$

Exercice 9 : Orbite de transfert vers Mars

- On a directement $v_T = \frac{2\pi d_T}{T} = 29,9 \text{ km.s}^{-1}$ et $v_M = 24,3 \text{ km.s}^{-1}$
- Lancement d'un vaisseau vers Mars :
 - Demi-grand axe : $a = \frac{d_T + d_M}{2} = 1,3 \text{ UA}$
 - Loi de Kepler : $T = T_T \sqrt{\frac{a^3}{d_T^3}} = 1,5 \text{ années} = 18 \text{ mois}$ donc le voyage dure la moitié : 9 mois.
 - D'après la loi des aires, le satellite va moins vite lorsqu'il est plus loin du centre de force, donc $v_2 < v_1$.
 - Le lancement doit respecter certaines « fenêtres » car au moment où il va croiser l'orbite de Mars, il faut que la planète y soit !!! Il faut donc synchroniser les lancements
 - On utilise la conservation des énergies mécaniques :

$$\begin{cases} E_m = -\frac{GM_T m}{2r_1} = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GM_T m}{r_1} \Rightarrow GM_T = r_1 v_1^2 \\ E_m = -\frac{GM_T m}{2a} = \frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{GM_T m}{r_1} \Rightarrow v_p = v_1 \sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}} = 32,9 \text{ km.s}^{-1} \end{cases}$$

Et de même $\Rightarrow v_A = v_2 \sqrt{2 - \frac{r_2}{a}} = v_2 \sqrt{\frac{2r_1}{r_1 + r_2}} = 19,0 \text{ km.s}^{-1}$

- Accroissements : $\Delta v_P = 3,0 \text{ km.s}^{-1}$, et $\Delta v_A = 5,34 \text{ km.s}^{-1}$.
- Si on lance le satellite directement depuis la Terre, il faut le lancer dans le sens de rotation autour du soleil, donc on profite des 30 km.s^{-1} de l'orbite terrestre, il suffit de lui donner la différence : $\Delta v_P = 3 \text{ km.s}^{-1}$, ce qui est somme toute très peu. Mais ce n'est pas possible tel quel, car le satellite ne va pas sortir de l'attraction terrestre, puisque $\Delta v_P < v_L = 11,2 \text{ km.s}^{-1}$. On n'a pas tenu compte de la force gravitationnelle de la Terre dans les calculs. Il faudra en fait d'abord passer par une orbite circulaire intermédiaire autour de la Terre avant de l'envoyer dans l'espace et de s'affranchir de l'attraction terrestre.

Exercice 11 : Orbite de transfert (de Hohman)

- Demi grand axe : $a = \frac{r_1 + r_2}{2} = 48700 \text{ km}$
- Vitesses : PFD... $v_1 = \sqrt{\frac{GM_T}{r_1}} = 7,7 \text{ km.s}^{-1}$ et $v_2 = 3,1 \text{ km.s}^{-1}$
- Vitesses : $\begin{cases} v_p = v_1 \sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}} = 10,1 \text{ km.s}^{-1} \\ v_A = v_2 \sqrt{\frac{2r_1}{r_1 + r_2}} = 1,6 \text{ km.s}^{-1} \end{cases}$
- Accroissements : $\Delta v_P = +3,4 \text{ km.s}^{-1}$, et $\Delta v_A = +1,5 \text{ km.s}^{-1}$. Il s'agit bien de deux poussées.

Exercice 12 : Mouvement orbital de la Terre

- Périhélie $SP = a(1-e) = 1,47 \cdot 10^{11} \text{ m}$, et l'aphélie $SA = a(1+e) = 1,53 \cdot 10^{11} \text{ m} \rightarrow$ Très faible excentricité – presque circulaire.
- Si trajectoire circulaire : $c = \frac{2\pi a}{T} = 29,9 \text{ km.s}^{-1}$

Exercice 13 : Satellite terrestre artificiel

- Loi de Képler : $a = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}} = 7021 \text{ km}$
- Excentricité : $e = 1 - \frac{R_T + h}{a} = 0,04$
- Altitude de l'apogée : $H = a(1+e) - R_T = 900 \text{ km}$

|

)

)

