

DS 6 – corrigé

I Piège optique

1. (a) Le système est conservatif donc l'énergie mécanique est constante. On a $E_m = E_c + E_p$. Pour que l'atome reste dans un état lié, il faut que $E_m < 0$, or initialement $E_c = \frac{1}{2}mv_0^2$ et $E_p = -U_0$ donc :

$$v_0 < \sqrt{\frac{2U_0}{m}}$$

- (b) Pour un état de diffusion, ici $E_m \geq 0$, par conservation de l'énergie mécanique, on obtient : $\frac{1}{2}mv_\infty^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 - U_0$ soit

$$v_\infty = \sqrt{v_0^2 - \frac{2U_0}{m}}$$

2. On effectue un DL à l'ordre 2 de la fonction $\mathcal{E}_p(x)$ autour de $x = 0$. Sachant que si $\varepsilon = x/x_R \ll 1$ alors $\frac{1}{1+\varepsilon^2} \simeq 1 - \varepsilon^2$ alors $\mathcal{E}_p(x) \simeq -U_0 + U_0(x/x_R)^2$.

On écrit la conservation de l'énergie mécanique : $E_m = cste \simeq \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - U_0 + U_0(x/x_R)^2$. En dérivant par rapport au temps et en factorisant par \dot{x} , il vient :

$$m\ddot{x} + 2\frac{U_0}{x_R^2}x = 0$$

C'est l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique de pulsation propre

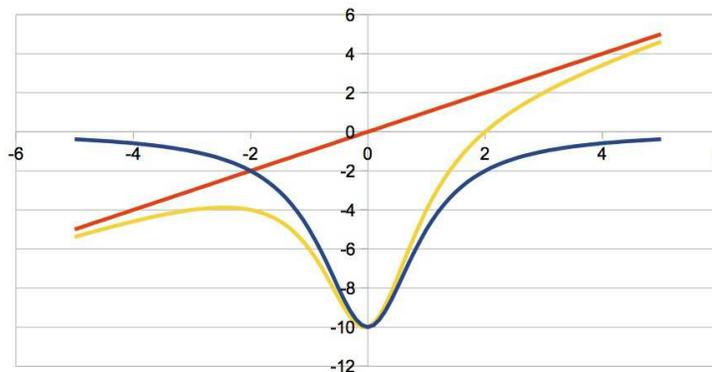
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2U_0}{mx_R^2}}$$

A.N : on prend $m = 7 \times m_n$ et on obtient $\omega_0 = 2290$ rad/s

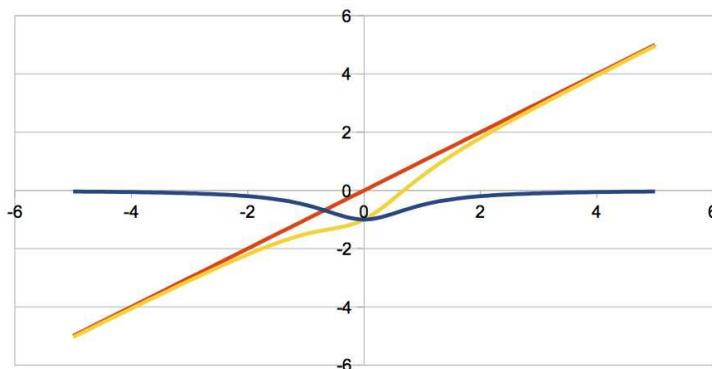
3. (a) On doit ajouter l'énergie potentielle de pesanteur mgx , d'où $\mathcal{E}_2 = \frac{-U_0}{1+y^2} + mgyx_R$ et en factorisant par mgx_R , il vient

$$\mathcal{E}_2 = mgx_R \left(\frac{-\alpha}{1+y^2} + y \right)$$

Courbe pour α grand :



Courbe pour α petit :



- (b) $U_{0c} = \alpha_c \times mgx_R$. AN : $U_{0,c} = 5,4 \cdot 10^{-27}$ J. Donc si l'on garde le même laser que précédemment, l'atome va tomber.
- (c) La position d'équilibre est située à $x_{eq} < 0$. La dérivée seconde n'est pas modifiée par la présence de l'énergie potentielle de pesanteur qui est une droite, donc la pulsation propre n'est pas modifiée.

II Télésiège

Les frottements ne travaillent pratiquement pas car il n'y a pas de glissement du câble sur les poulies.

Pour un skieur de masse $m = 80$ kg, la variation d'énergie cinétique entre le bas ($v = 0$) et le haut ($v = 2,5$ m/s) est de $\Delta E_c = 250$ J alors que la variation d'énergie potentielle est $\Delta E_p = mgh = 220$ kJ : on négligera donc la variation d'énergie cinétique.

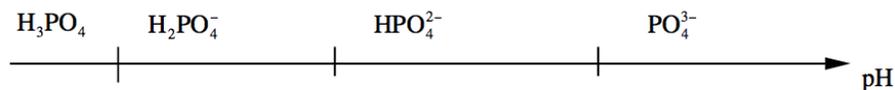
Les sièges se déplacent toujours à la même vitesse et le travail nécessaire pour leur montée est compensé par le travail récupéré lors de leur descente. On peut aussi associer les sièges par 2 (à l'opposé sur la ligne) et constater que le barycentre des deux sièges reste immobile.

En 1 heure, 2250 skieurs sont passés du bas de la piste à son sommet et la variation totale d'énergie potentielle est $\Delta E_p = 2250 \times 220 = 500$ MJ.

La puissance correspondante est donc approximativement $500 \times 10^6 / 3600 = 140$ kW.

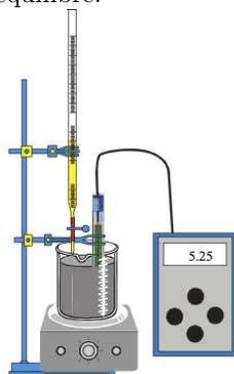
III Chimie

1. DP de l'acide sulfurique : $[SO_4^{2-}]$ pour toute valeur du pH

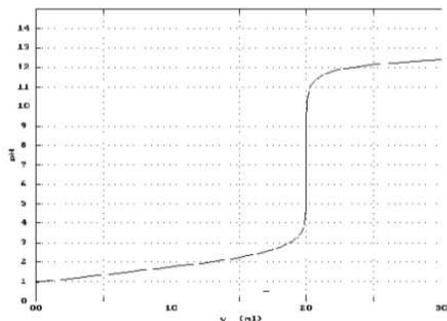


DP de l'acide phosphorique :

2. (a) Dans un bécher, on verse un volume V_a prélevé à la pipette de la solution à titrer (que l'on peut compléter avec de l'eau distillée pour une meilleure immersion des électrodes) puis on place le bécher sur un agitateur magnétique. On remplit une burette de 50 mL avec la solution titrante. On place ensuite le pH-mètre préalablement étalonné avec 2 solutions tampon à pH=7 et à pH=4. On verse progressivement le volume de la solution titrante et on relève le pH pour chaque équilibre.



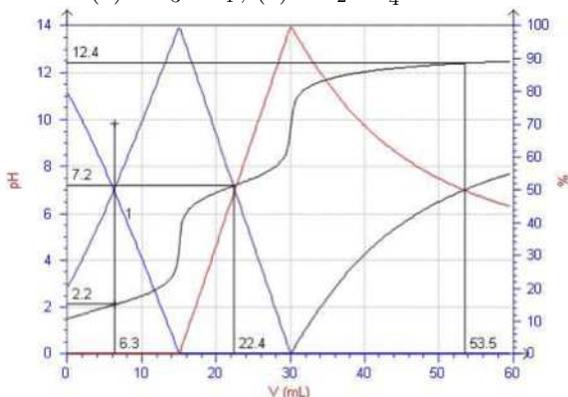
Montage :



(b) Courbe de pH :

(c) On a $2H^+ + 2HO^- = SO_4^{2-} + 2H_2O$. A l'équivalence on a $2C_aV_a = C_bV_{beq}$ d'où $V_{beq} = 20$ mL

3. (a) Courbe (1) : H_3PO_4 ; (2) : $H_2PO_4^-$ etc...



(b) Entre 0 et 15mL : $H_3PO_4 + HO^- = H_2PO_4^- + H_2O$ (1);

Entre 15 et 30 : $H_2PO_4^- + HO^- = HPO_4^{2-} + H_2O$ (2);

Entre 30 et 45 : $HPO_4^{2-} + HO^- = PO_4^{3-} + H_2O$ (3)

(c) $v_{beq} = CaVa/Cb = 15$ mL.

(d) On calcule les constantes d'équilibre des réactions (1), (2) et (3). On a $K_i^\circ = \frac{K_{ai}}{K_e}$ soit $K_1^\circ = 10^{11,9} \gg 1$: TOTALE ;
 $K_2^\circ = 10^{6,8} \gg 1$: TOTALE mais $K_3^\circ = 10^{1,6} < 10^3$ ou 10^4 : pas de sauts

4. (a) 1er saut : dosage simultané de H^+ et de H_3PO_4 ;

2ème saut : dosage de $H_2PO_4^-$

(b) 1ère équivalence : $C_bV_{b1} = (2C_1 + C_2)V_a$ soit $V_{b1} = 35$ mL

2ème équivalence : $C_b(V_{b2} - V_{b1}) = C_2V_0$ soit $V_{b2} = 50$ mL

5. On a au deuxième saut : $C_b(V_{b2} - V_{b1}) = C_2V_0$: nous en déduisons le nombre de moles d'acide dans les 20mL de la prise d'essai. Ce qui donne $n_{H_3PO_4} = 6 \cdot 10^{-4}$ mole

Dans le filtrat il y en a 5 fois plus soit : $n_{H_3PO_4} = 3 \cdot 10^{-3}$ mole.

Comme une mole de $Ca_3(PO_4)_2$ donne deux moles d'acide phosphorique, nous avons transformé $n_{Ca_2(PO_4)_2} = 1,5 \cdot 10^{-3}$ mole de $Ca_3(PO_4)_2$ de masse molaire $M = 310$ g/mol. Nous avons introduit $n' = m/M = 5 \cdot 10^{-2}$ mole de $Ca_3(PO_4)_2$:

le rendement est donc $r = \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-2}} = 3\%$