

# Concours Blanc – Corrigé

## 1 Turbine à gaz - 53 pts

### 1.1 Rendement théorique maximal - 8 pts

1. Système : une certaine quantité d'air entrant dans la turbine, il reçoit de la source chaude de température  $T_C$  un transfert thermique  $Q_C > 0$ ; de la part de la source froide de température  $T_F$  un transfert thermique  $Q_F < 0$  et reçoit des pièces mécaniques un travail  $W < 0$  (moteur). **2 pts**
2. Système : une certaine quantité d'air = système fermé décrivant un cycle dans la machine. Le premier principe sur un cycle donne :  $\Delta U = 0 = Q_C + Q_F + W$  et le second principe donne dans le cas d'un cycle réversible :  $\Delta S = 0 = \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F}$ .

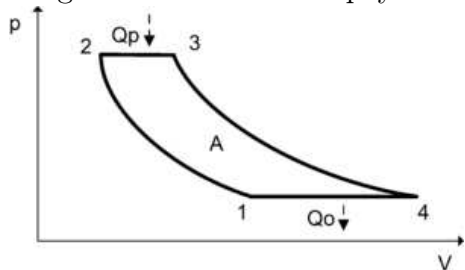
Le rendement est défini par  $\rho_{\max} = -\frac{W}{Q_C} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$

AN :  $\rho_{\max} = 0,38$  **2 + 1 pt**

3. Le rendement peut aussi être défini par le rapport des puissances :  $\rho = \frac{-P_m}{P_C}$  d'où  $P_C = 263$  kW. **1 pt**
4. On a  $P_C = D_V \times p$  donc  $D_V = 7,3 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{h}$  (soit 7,3 L/s de gaz) **2 pts**

### 1.2 Cycle théorique de Joule-Brayton - 8 pts

1. Diagramme de Watt-Clapeyron : **1 pt**



2. On a  $\rho = \frac{-W_{\text{cycle}}}{Q_{2 \rightarrow 3}} = 1 + \frac{Q_{41}}{Q_{23}}$ . Or  $Q_{23} = \Delta H_{23} = C_p(T_3 - T_2)$  et  $Q_{41} = \Delta H_{41} = C_p(T_1 - T_4)$ .

Le rendement est alors  $\rho = 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$

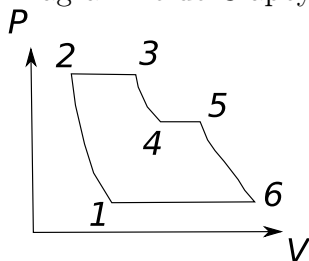
On applique ensuite la loi de Laplace entre 1 et 2 avec les variables  $(T, P)$  :  $P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$  or  $P_2 = \lambda P_1$  ce qui donne  $T_1 = T_2 \lambda^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ . Idem de 3 vers 4 :  $T_4 = T_3 \lambda^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

On injecte dans le rendement et on obtient  $\rho = 1 - \lambda^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$  **3 pts**

3. AN :  $\rho = 0,33$ .  
Avec la loi de Laplace :  $T_2 = 435$  K et  $T_4 = 479$  K **1+1+1 pts**
4.  $P_C = P_m/\rho = 303$  kW d'où un débit de gaz  $D_V = 8,3 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  (8,3 L/s) **1 pt**

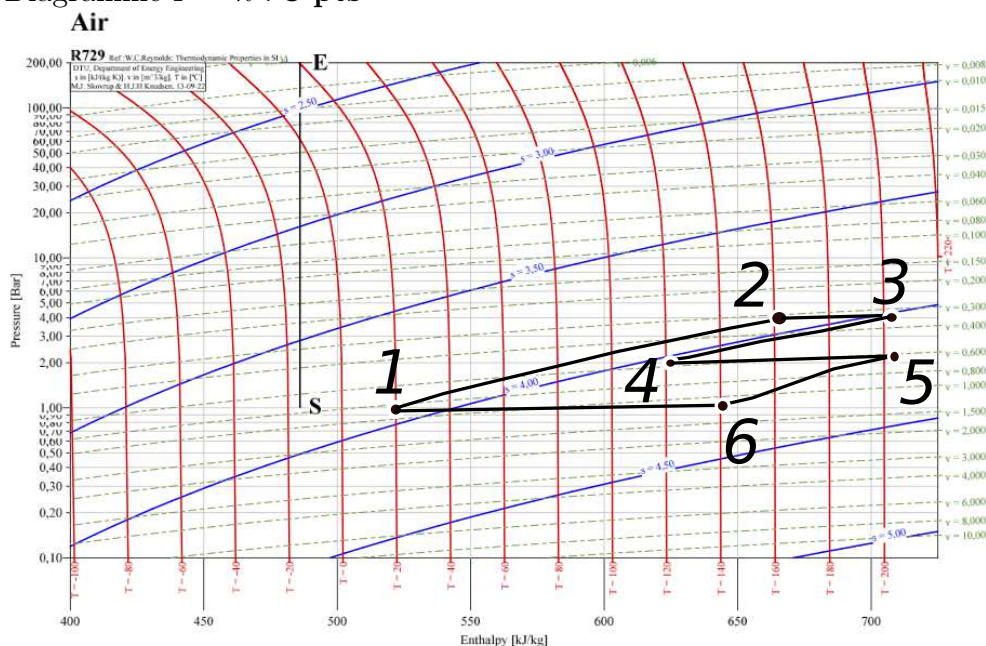
### 1.3 Technologie à cogénérateur - 22 pts

1. On veut  $\frac{P_4}{P_3} = \frac{P_6}{P_5}$  ce qui implique  $\tau = \sqrt{\lambda} = 2$ . La pression en 4 vaut  $P_4 = 2$  bars. **2 pts**
2. Entre 6 et 7 on a un échangeur thermique qui ramène la température des gaz d'échappements (chauds) à la température de l'air ambiant (celle du point 1) **1 pt**

3. Diagramme de Clapeyron : **2 pts**

4. On a  $\rho = -\frac{W_{\text{cycle}}}{Q_{23} + Q_{45}}$ . Les transferts thermiques sont les variations d'enthalpie et donc :  $\rho = 1 + \frac{T_1 - T_6}{2T_3 - T_2 - T_4}$  **2 pts**

5. Dans le cas d'un gaz parfait, l'enthalpie ne dépend que de la température, donc les isothermes sont des isenthalpes, c'est-à-dire des droites verticales. **1 pt**

6. Diagramme  $P - h$  : **3 pts**

7. Zeuner :  $[h_{\text{out}} - h_{\text{in}}] = w^* + q$  : l'écoulement doit être **permanent** **1 pt**

8.  $w_{12} = h_2 - h_1 = 675 - 525 = 150 \text{ kJ/kg}$ ;  $w_{34} = h_4 - h_3 = 625 - 705 = -80 \text{ kJ/kg}$  et  $w_{56} = h_6 - h_5 = 605 - 725 = -120 \text{ kJ/kg}$  **3 pts**

9.  $q_{23} = h_3 - h_2 = 705 - 675 = 30 \text{ kJ/kg}$  et  $q_{45} = h_5 - h_4 = 725 - 625 = 100 \text{ kJ/kg}$  **2 pts**

10. Rendement :  $\rho = \frac{-w_{\text{cycle}}}{q_{23} + q_{45}} = \frac{-w_{12} - w_{34} - w_{56}}{q_{23} + q_{45}} = 0,38$  **2 pts**

11. Le travail massique sur le cycle (utile donc) vaut  $w_{12} + w_{34} + w_{56} = -50 \text{ kJ/kg}$ . La puissance mécanique utile est donc  $\mathcal{P}_m = D_{\text{air}} \times w_{\text{cycle}}$  ce qui donne un débit d'air  $D_{\text{air}} = 2 \text{ kg/s}$ . **1pt**

12. Première combustion :  $P_{\text{th1}} = D_{\text{air}}(h_3 - h_2) = 2 \text{ kW}$  d'où un premier débit de gaz de  $D_1 = \frac{P_{\text{th1}}}{p} =$

$$1,6 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s};$$

Deuxième combustion :  $P_{\text{th2}} = D_{\text{air}}(h_5 - h_4) = 200 \text{ kW}$  d'où un deuxième débit de gaz de  $D_2 = \frac{P_{\text{th2}}}{p} = 5,6 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s};$

Le débit total de gaz à brûler est donc :  $D = D_1 + D_2 = 7,2 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  (7,2 L/s) **1+1 pts**

1.4 Modélisation du stator - **15 pts**

1. Le rotor est constitué d'un aimant qui tourne et qui « arrose » d'un flux magnétique le bobinage du stator. **1 pt**

2. C'est la loi de Faraday : le flux varie de manière sinusoïdale ( $\phi = \phi_0 \cos \omega t$ ) et donc  $e_{\text{ind}} = -\frac{d\phi}{dt} = \phi_0 \omega \cos \omega t$ . **2 pt**
3. Le stator est constitué d'une bobine tout simplement ! **1 pt**
4. Essai à vide :  $i(t) = 0$  donc  $v_M(t) = e_M(t)$ . On a donc immédiatement  $E_M = 100 \text{ V}$ . **2 pts**
5. En court-circuit :  $v_M(t) = 0$  donc  $jL\omega \underline{i}_M = \underline{e}_M$ . En prenant le module, on a donc  $L\omega I_M \sqrt{2} = E_M \sqrt{2}$ , ce qui donne  $L = \frac{E_M}{\omega I_M}$ . Il faut convertir les tr/min en rad/s et on obtient :  $L = 0,19 \text{ H}$ . **2 pts**
6. On écrit la loi des mailles en complexes :  $E_M e^{j\alpha} = jL\omega I_M e^{-j\varphi} + \underbrace{RI_M e^{-j\varphi}}_{=V_M}$  donc  $\varphi = 0$ . En prenant le module, on a  $I_M = \frac{E_M}{\sqrt{L^2\omega^2 + R^2}} = 9,8 \text{ A}$ . En prenant l'argument, il vient  $\alpha = \arctan \frac{L\omega}{R} = 11$ . La tension est en avance sur le courant (normal, c'est un dipôle inductif!) **4 pts**
7. Puissance reçue :  $\mathcal{P} = v_M(t) \times i(t) = Ri_M(t)^2 = 2RI_M \cos^2 \omega t$ . La valeur moyenne est donc  $\langle \mathcal{P} \rangle = RI_M^2 = 960 \text{ W}$ . C'est peu ! **3 pts**

## 2 Générateur acoustique – 24 pts

1. Le fil est parcouru par un courant variable, donc il sera soumis à une force de Laplace variable qui fera bouger le dispositif au rythme du courant  $i(t)$  (image du son à produire). La membrane vibrera alors dans l'air ce qui engendrera des ondes acoustiques. **1pt**
2. On découpe la bobine en petits éléments d' $\vec{l}$  orientés dans le sens de  $i(t)$ . Chaque élément est soumis alors à la force  $d\vec{F} = i d\vec{l} \wedge \vec{B} = -B i dl \vec{e}_z$ . En intégrant sur tout le fil, il vient donc  $\vec{F} = -B i l_0 \vec{e}_z$ . On applique le PFD à l'ensemble, en projetant sur l'axe  $Oz$  :

$$m\ddot{z} = -B i l_0 - kz - \lambda \dot{z}$$

**1 + 2 pts**

3. On a  $\mathcal{P}_{\text{Lap}} + \mathcal{P}_{\text{ind}} = 0$  soit  $-B i l_0 \dot{z} + e_{\text{ind}} \times i = 0$  d'où  $e_{\text{ind}} = B l_0 \dot{z}$  (dans le sens de  $i(t)$ ) **2 pts**
4. Loi des mailles :  $u(t) = Ri(t) + L \frac{di}{dt} - e_{\text{ind}}$ . **2 pts**
5. Les lois sont linéaires et on a le théorème de Fourier qui stipule que tout signal (pas forcément périodique) se décompose en une somme (éventuellement au sens de l'intégrale) de fonctions sinusoïdales. **1 pt**

En complexes, les équations sont :

$$-m\omega^2 \underline{z} = -B i l_0 - k \underline{z} - j\lambda \omega \underline{z} \quad (1\text{pt})$$

et

$$\underline{u} = R \underline{i} + jL\omega \underline{i} - jB l_0 \omega \underline{z} \quad (1\text{pt})$$

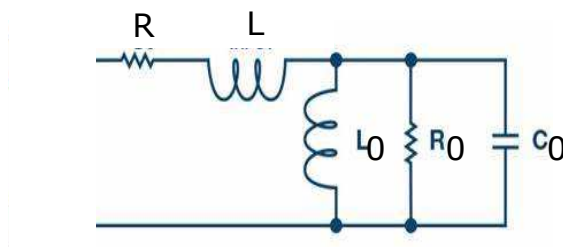
De la première équation, on tire  $\underline{z} = \frac{-B i l_0}{-m\omega^2 + k + j\lambda \omega}$  que l'on injecte dans la deuxième. Il vient alors :

$$\underline{u} = \underline{i} \left[ R + jL\omega + j \frac{B^2 l_0^2 \omega}{-m\omega^2 + k + j\lambda \omega} \right] \quad (2\text{pts})$$

On identifie  $\underline{Z}_m$  en calculant l'inverse de  $\frac{B^2 l_0^2 \omega}{-m\omega^2 + k + j\lambda \omega}$  et on identifie.

$$\frac{1}{R_0} = \frac{\lambda}{B^2 l_0^2}; C_0 = \frac{m}{B^2 l_0^2} \text{ et } \frac{1}{L_0} = \frac{k}{B^2 l_0^2}. \quad \mathbf{3 \text{ pts}}$$

Schéma électrique équivalent du HP **2 pts** :



6. On a  $L_0 C_0 = \frac{m}{k} = \frac{1}{\omega_0^2}$  (cf. pulsation propre en élec ou en méca!) **2 pts**

7. On multiplie le PDF par  $\dot{z}$  et la loi des mailles par  $i$  et il vient :

$$\frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = \mathcal{P}_{\text{Lap}} + \mathcal{P}_{\text{Ressort}} + \mathcal{P}_{\text{frottements}}$$

et

$$\underbrace{u \times i}_{=\text{puiss. fournie par gén. ext}} = Ri^2 + \frac{d\frac{1}{2}Li^2}{dt} + \mathcal{P}_{\text{ind}}$$

**2 pts**

On somme les deux lignes et on prend la valeur moyenne (les dérivées des fonctions périodiques ont des moyennes nulles). Il vient donc :  $\langle ui \rangle = \langle Ri^2 \rangle + \langle \lambda v^2 \rangle$  **1 pt**

Le rendement est défini par ce qu'on récupère (la puissance des ondes acoustiques = puissance des frottements) sur ce qu'on paye (la puissance du gén. ext). On a bien  $\rho = \frac{\langle \lambda v^2 \rangle}{\langle ui \rangle}$  **1 pt**

### 3 Générateur électrochimique – 15 pts

1. Les deux revêtements métalliques vont jouer le rôle des électrodes :

Métal nickelé  $A_1$  est l'anode (pôle négatif, oxydation) : (1)  $Zn_{(s)} + 2HO^- \leftrightarrow ZnO_{(s)} + H_2O + 2e^-$

Métal nickelé  $A_2$  est la cathode (pôle positif, réduction) : (2)  $O_{2(g)} + 2H_2O + 4e^- \leftrightarrow 4HO^-$  **4 pts**

2. On a  $e^\circ = E^\circ(O_2/H_2O) - E^\circ(ZnO/Zn) = 1,66V$  **1 pt**

3. On écrit les deux relations de Nernst :

$$E_1 = E_1^\circ + \frac{0,06}{2} \log \frac{1}{[HO^-]^2}$$

$$E_2 = E_2^\circ + \frac{0,06}{4} \log \frac{[HO^-]^4}{p_{O_2}}$$

A l'équilibre, on a  $4E_1 = 4E_2$  d'où  $0,06 \log K^\circ = 4(E_{O_1} - E_2^\circ)$  Il vient  $K^\circ = 4,6 \cdot 10^{116}$ . La réaction est totale. **4 pts**

4. On a  $\Delta t = \frac{Q}{I} = \frac{n_e e \mathcal{N}_A}{I} = \frac{2m(Zn)e\mathcal{N}_A}{M(Zn)I} = 2,5 \cdot 10^6$  s (soit 30 jours) **4 pts**

5. Energie fournie :  $\mathcal{E} = EI\Delta t = 3 \cdot 10^3$  J **2pts**

### 4 Le glucose : générateur de l'énergie du sportif – 8 pts

1.  $I_2 + 2S_2O_3^{2-} = 2I^- + S_4O_8^{2-}$ . L'équivalence est repérée par l'empois d'amidon (en présence de  $I_2$  la couleur est bleu nuit, sinon elle est incolore) **2 + 1 pts**

2. Quantité initiale :  $n_0 = C_{I_2} V_{I_2} = 20 \cdot 10^{-3} \times 5,00 \cdot 10^{-2} = 10^{-3}$  mol.  
 Quantité finale : il faut  $2 S_2O_3^{2-}$  ( $C \dot{V}_{eq}$ ) pour un  $I_2$  titré, donc à l'équivalence :  $C \dot{V}_{eq} = 2n_{I_2}$  d'où  $n_{I_2} = 0,44 \cdot 10^{-3}$  mol. Les  $0,56 \cdot 10^{-3}$  mol de différence proviennent de la réaction avec le glucose. **2 pts**
3. Ce type de dosage est un dosage indirect. **3pts**

**Le principe de ce dosage :**

Etape (1) : Transformer tout l'iode en ion iodate en milieu basique (dismutation de  $I_2$ ).

Etape (2) : Une partie de l'ion iodate réagit complètement avec le glucose.

*$I_2$  doit être en excès, c.à.d l'iodate doit être en excès par rapport au glucose.*

Etape (3) : Transformer la partie de  $IO_3^-$  qui reste en  $I_2$  en milieu acide (médiatisation).

Etape (4) : Doser la quantité de  $I_2$  par l'ion thiosulfate.

Bilan : Comme si  $I_2$  a réagi avec l'ion thiosulfate et le glucose :

$$n_{tot}(I_2) = n_{glucose} + \frac{1}{2} n_{SO_3^{2-}}$$

$$n_{glucose} = n_{tot}(I_2) - \frac{1}{2} n_{SO_3^{2-}}$$

$$n_{glucose} = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 20 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{2} 0,18810^{-3}$$

$$n_{glucose} = 0,56 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

La concentration molaire de glucose dans le jus d'orange est  $C_{glucose} = 5 \cdot \frac{0,56 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-3}} = 0,14 \text{ mol/L}$

Soit une concentration massique de :  $c = M_{glucose} \cdot C_{glucose}$

$$c = 25,2 \text{ g/L}$$