ESIM MP 1 2002

Partie I : Le moteur synchrone :

I.1 Le solénoïde :

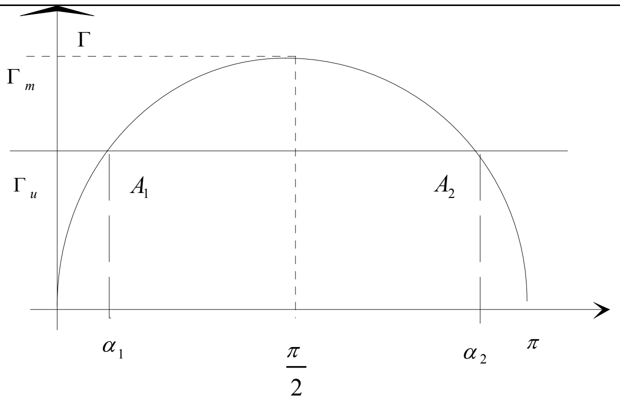
I-1 a) Pour le solénoïde infini, $\alpha_1 = 0$ et $\alpha_2 = \pi$ soit $\vec{B} = B_\infty \overrightarrow{u_x} = \mu_o \frac{N}{L}\overrightarrow{u_x}$: $\boxed{B_\infty = \mu_o \frac{N}{L}}$	
b) Le champ créé par les 2 solénoïdes est de même sens et leurs contributions sont égales en O : $B = 2\frac{B_\infty}{2}\left(\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2)\right) = \frac{\mu_o NL}{L}\left(\frac{L+l}{\sqrt{(L+l)^2+a^2}} - \frac{l}{\sqrt{l^2+a^2}}\right)I = kI$ $\boxed{k = \frac{\mu_o NL}{L}\left(\frac{L+l}{\sqrt{(L+l)^2+a^2}} - \frac{l}{\sqrt{l^2+a^2}}\right) = 1{,}62.10^{-3}T.A^{-1}}$ et $\boxed{B = 6.5.10^{-3}T}$	

I.2 Production d'un champ tournant :

I.2.a) C a pour rôle de déphaser i' par rapport à i. Les deux champs en O sont perpendiculaires, par forcément de même amplitude et déphasés. On peut penser à la polarisation des ondes électromagnétiques ou aux figures de lissajoux), le champ $\vec{B}$ total est un vecteur tournant dans le plan xOy (son extrémité d'écrit une ellipse)	
b) On note $\underline{u} = U\sqrt{2}\exp(j\omega_o t)$ Pour (S) : $\underline{i} = \frac{u}{R + jL\omega_o}$ alors $\boxed{i(t) = \frac{U\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + L^2\omega_o^2}}\cos(\omega_o t - \varphi)}$ avec $\boxed{\tan(\varphi) = \frac{L\omega_o}{R}}$ Pour (S) : $\underline{i'} = \frac{u}{R + j\left(L\omega_o - \frac{1}{C\omega_o}\right)}$ alors $\boxed{i'(t) = \frac{U\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega_o - \frac{1}{C\omega_o}\right)^2}}\cos(\omega_o t - \varphi')}$ avec $\boxed{\tan(\varphi') = \frac{L\omega_o - \frac{1}{C\omega_o}}{R}}$	
I.2.c) Les deux conditions s'écrivent : • I=I' alors $(L\omega_o)^2 = \left(L\omega_o - \frac{1}{C\omega_o}\right)^2$ soit $L\omega_o = L\omega_o - \frac{1}{C\omega_o}$ (1) ou $L\omega_o = -\left(L\omega_o - \frac{1}{C\omega_o}\right)$(2) La seule solution physique est la (2) soit $2L\omega_o = \frac{1}{C\omega_o}$ soit $\boxed{2LC\omega_o^2 = 1}$ • $\varphi = \varphi' - \frac{\pi}{2}$ alors $\tan(\varphi) = \tan\left(\varphi' - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\tan(\varphi')}$ alors $\frac{L\omega_o}{R} = -\frac{R}{L\omega_o - \frac{1}{C\omega_o}}$ $L\omega_o\left(L\omega_o - \frac{1}{C\omega_o}\right) = -R^2$ soit $L^2\omega_o^2 - \frac{L}{C} = -R^2 = L^2\omega_o^2 - 2L^2\omega_o^2$: $\boxed{L = \frac{R}{\omega_o}}$ et $\boxed{C = \frac{1}{2L\omega_0^2}}$	
D'où $I = I' = \frac{U}{\sqrt{2}R}$ et $\tan(\varphi) = 1$ alors $\varphi = \frac{\pi}{4}$ et $\varphi' = -\frac{\pi}{4}$ Les courants i(t) et i'(t) sont alors déphasés de $\frac{\pi}{2}$ et ont même valeurs efficaces. Dans ce cas la " polarisation " du champ $\vec{B}$ total est circulaire.	

I.2.d) $\boxed{L=\dfrac{R}{\omega_o}=\dfrac{25.1}{2(3,14)50}=80mH}$; $\boxed{C=\dfrac{1}{2L\omega_0^2}=\dfrac{1}{2R\omega_o}=63\mu F}$; $\boxed{I=I'=\dfrac{U}{\sqrt{2}R}=\dfrac{220}{\sqrt{2}25.1}=3.1A}$ avec U=110V	
I.2.e) A l'aide de la question I.1 b) valable dans l'approximation des régimes quasi-permanents, il vient : $\vec{B}=ki'(t)\overrightarrow{u_x}+ki(t)\overrightarrow{u_y}=kI\sqrt{2}\left(\cos\left(\omega_o t+\dfrac{\pi}{4}\right)\overrightarrow{u_x}+\cos\left(\omega_o t-\dfrac{\pi}{4}\right)\overrightarrow{u_y}\right)$ ce qui représente bien un champ tournant de module $B_o=\sqrt{B_x^2+B_y^2}=\sqrt{2k^2I^2\left(\cos^2\left(\omega_o t+\dfrac{\pi}{4}\right)+\sin^2\left(\omega_o t+\dfrac{\pi}{4}\right)\right)}=\sqrt{2}kI$ dans le plan xOy à la fréquence $f_o=\dfrac{\omega_o}{2\pi}=50Hz$ du générateur et de module $\boxed{B_o=\sqrt{2}kI=\dfrac{kU}{R}=7{,}1.10^{-3}T}$	

3- Entraînement de la pièce mobile :

I.3.a) L'aimant de moment $\overrightarrow{M}$ placé dans le champ $\vec{B}$ subit un couple $\vec{\Gamma}=\overrightarrow{M}\wedge\vec{B}$ A un instant t, $\vec{\Gamma}=\overrightarrow{M}\wedge\vec{B}=MB\sin\left(\alpha+(\omega-\omega_o)t\right)\overrightarrow{u_z}$ En moyenne, $\left\langle\vec{\Gamma}\right\rangle=MB\left\langle\sin\left(\alpha+(\omega-\omega_o)t\right)\right\rangle\overrightarrow{u_z}$ alors • $\boxed{\left\langle\vec{\Gamma}\right\rangle=\vec{0}}$ si $\omega=\omega_o$: le champ n'a pas d'action sur l'aimant • $\boxed{\left\langle\vec{\Gamma}\right\rangle=MB\sin(\alpha)\overrightarrow{u_z}}$: le champ entraîne l'aimant.	
I.3.b) Le dispositif ne fonctionne que si $\omega=\omega_o$ (d'où le nom de machine synchrone) alors l'angle entre $\overrightarrow{M}$ et $\vec{B}$ reste constant et égal à α. Le couple $\Gamma(\alpha)=MB\sin(\alpha)$ est moteur si $\Gamma(\alpha)>0$ soit $\boxed{0<\alpha<\pi}$ et donc l'aimant suit le champ magnétique dans son mouvement. La puissance que peut fournir le moteur est celle, qui en régime permanent qu'il reçoit du champ soit $P=\Gamma\omega$; elle est maximale pour $\omega=\omega_o$ et $\alpha=\dfrac{\pi}{2}$ et $P_m=MB_o\omega_o$ La source d'énergie est le générateur qui alimente les bobines créant $\vec{B}$	
I.3.c) $\Gamma(\alpha)=MB\sin(\alpha)=\Gamma_m\sin(\alpha)$ Graphe pour $0<\alpha<\pi$ En régime permanent, le moteur fournit à l'extérieur un couple utile Γ_u égal au couple reçu Γ. L'égalité $\Gamma_u=\Gamma$ (avec $\Gamma_u<\Gamma_m$) conduit à deux valeurs de fonctionnement de α, α_1 et α_2 symétrique par rapport à $\dfrac{\pi}{2}$.	
I.3.d) Un régime permanent de fonctionnement du moteur est dit stable si, lorsque le moteur prend accidentellement de l'avance (ou du retard) sur son régime permanent, le jeu des forces qu'il subit lui fait perdre cette avance ou ce retard. Il est instable dans le cas contraire. A partir de A_1, si α augmente à partir de α_1 (c'est à dire lorsque l'aimant prend du retard sur le régime permanent) alors Γ augmente et le champ $\vec{B}$ va donc l'entraîner plus fortement pour lui permettre de combler son retard. Si à partir de A_1, α diminue alors avec $\Gamma<\Gamma_u$ le champ réagit en lui faisant perdre son avance. A_1 correspond à un régime stable. Inversement A_2 est instable. Le domaine de stabilité $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$.	