

## Série 6 : cinématique

### 1 – Documents du chapitre

### 2 – Tester ses connaissances et sa compréhension du cours...

- Représenter en perspective un trièdre formé de trois vecteurs de base formant une B.O.N.D. On appellera  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  ces 3 vecteurs pris dans l'ordre.
- Que vaut  $\frac{d\vec{e}_\theta}{dt}$  ;  $\frac{d\vec{e}_r}{dt}$  ;  $\frac{d^2\vec{e}_\theta}{dt^2}$  et  $\frac{d^2\vec{e}_r}{dt^2}$  ?
- Un point M est animé d'un mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire  $\omega$ . Sa trajectoire est un cercle de centre O et de rayon  $R$ . Le vecteur vitesse est-il constant ? La norme de la vitesse est-elle constante ? Le mouvement est-il accéléré ? Le vecteur accélération est-il constant ?
- Résoudre l'équation différentielle  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$  avec les conditions initiales  $x(0) = X_0$  et  $\dot{x}(0) = V_0$ .
- Retrouver l'expression de la vitesse et de l'accélération en coordonnées cylindriques.

### 3 – Sur la glace ★

Un palet  $A$  est lancé depuis l'origine du repère à  $t = 0$  le long de l'axe  $Oy$  à la vitesse  $V_0$  supposée constante. Au même instant un second palet  $B$  est lancé du point de coordonnées  $(D, 0)$  avec une vitesse supposée constante  $\vec{V}_B$  de norme  $\alpha V_0$  et faisant un angle  $\beta$  par rapport à l'axe des  $x$ . Quelle valeur de  $\beta$  doit-on prendre pour que les palets se percutent ?

### 4 – Accélération ★

Une voiture roule à la vitesse  $V_0 = 80$  km/h et freine en ligne droite sur une distance  $D = 100$  m. En supposant l'accélération constante lors du freinage, déterminer la norme de l'accélération.

### 5 – Hélice et spirale exponentielle ★

Une particule M se déplace sur la courbe définie par les équations paramétriques suivantes :

$$\begin{cases} x(t) = 2e^t \sin t \\ y(t) = 2e^t \cos t \\ z(t) = e^t \end{cases}$$

Les  $x, y$  et  $z$  sont les coordonnées cartésiennes de M à l'instant  $t$ . Déterminer :

- les modules  $v$  et  $a$  de la vitesse et de l'accélération à l'instant  $t$
- le mouvement de la projection m de la particule dans le plan  $z = 0$ , en coordonnées polaires ; trouver la loi  $r(\theta)$  donnant le rayon polaire en fonction de l'angle polaire ; quelle est la trajectoire de m ?

### 6 – Test de stabilité d'une automobile ★★

Lors d'un test de stabilité, une voiture repérée par le point M de coordonnées  $(x, y)$  dans le référentiel  $\mathcal{R}(O, x, y, z)$  est astreinte à suivre une trajectoire sinusoïdale horizontale de slalom entre des plots espacés d'une distance  $L$  de manière à conserver à tout moment une vitesse  $\frac{dx}{dt} = v_0 = 50$  km/h, la voiture se déplaçant en moyenne selon l'axe  $x$ . On veut conserver à tout moment une accélération inférieure à  $0,7g$ . A quelle distance minimale  $L$  doit-on placer les plots ? L'amplitude de la sinusoïde est  $d_0 = 3$  m. On pourra rechercher l'équation paramétrique de la trajectoire : pour cela, il faudra écrire tout d'abord l'équation cartésienne d'une sinusoïde de période spatiale  $2L$ .